

1 Commandes Xcas de proba-stats en 1ère et Terminale.

Ces commandes se trouvent dans le menu Cmds->Proba-stats.

Aléatoire	
<code>alea(n)</code>	renvoie un entier aléatoire entre 0 et $n - 1$
<code>alea(a,b)</code>	renvoie un réel aléatoire entre a et b selon la loi uniforme
<code>randnorm(mu,sigma)</code>	renvoie un réel aléatoire selon la loi normale
<code>randexp(a)</code>	renvoie un réel aléatoire selon la loi exponentielle
<code>seq(expression,var,min,max)</code>	génère une séquence en remplaçant var dans $expression$ par $min, min+1, \dots, max$
Statistiques	
<code>moyenne(liste)</code>	moyenne de la liste
<code>stddev(liste)</code> ou <code>stddevp</code>	écart-type divisé par n ou par $n - 1$
<code>histogram(liste,min,size)</code>	histogramme d'une liste de valeurs, min (valeur minimale) et $size$ (taille des classes) optionnels
Distributiuns	
<code>binomial(n,k)</code>	nombre de combinaisons de k parmi n
<code>binomial(n,k,p)</code>	probabilité d'obtenir k succès avec n tirages (où p est la probabilité de succès par tirage)
<code>binomial_cdf(n,p,n1,n2)</code>	probabilité d'obtenir entre $n1$ et $n2$ succès
<code>binomial_cdf(n,p,n1)</code>	probabilité d'obtenir au plus $n1$ succès
<code>binomial_icdf(n,p,t)</code>	renvoie le plus grand entier k tel que la probabilité d'obtenir au plus k succès soit $\leq t$
<code>normald(x)</code>	densité de la loi normale de moyenne 0 et écart-type 1
<code>normald(mu,sigma,x)</code>	densité de la loi normale de moyenne μ et écart-type σ
<code>normald_cdf(mu,sigma,x1)</code>	probabilité que x soit $\leq x1$
<code>normald_cdf(mu,sigma,x1,x2)</code>	probabilité que x soit entre $x1$ et $x2$
<code>normald_icdf(mu,sigma,t)</code>	selon la loi normale de moyenne μ et écart-type σ renvoie x tel que la probabilité d'être $\leq x$ soit $\leq t$ (selon la loi normale de moyenne μ et écart-type σ)

N.B. : il peut être nécessaire d'utiliser la version 0.9.6 ou ultérieure de Xcas.

2 Exemples d'illustrations

– Loi binomiale

On tire une pièce à pile ou face 100 fois de suite. La probabilité d'obtenir 40 piles si la pièce est bien équilibrée est de `binomial(100,40,0.5)` (valeur approchée) ou `binomial(100,40,1/2)` (valeur exacte).

La probabilité que le nombre de piles soit inférieure ou égal à 40 vaut `binomial_cdf(100,0.5,40)` (attention l'ordre des paramètres est inversé par rapport à `binomial`).

On a une probabilité d'être dans l'intervalle de confiance $[50 - \sqrt{100}, 50 + \sqrt{100}]$ valant `binomial_cdf(100,0.5,40,60)` (ici environ 0.965).

Pour avoir un intervalle de confiance de 99% centré, on calcule

`binomial_icdf(100,0.5,0.995)` qui renvoie 63 et

`binomial_icdf(100,0.5,0.005)` qui renvoie 37 (symétrique de 63).

Si la pièce n'est pas équilibrée, remplacer 0.5 par la probabilité d'obtenir pile.

– **Simulation**

On peut simuler un pile ou face par `alea(2)`, une série de 100 par `seq(alea(2), j, 1, 100)`, sa somme par `sum(alea(2), j, 1, 100)` et l’histogramme de 1000 séries de 100 tirs par

```
histogram(seq(sum(alea(2), j, 1, 100), k, 1, 1000));
```

On peut superposer la loi binomiale au graphe en ajoutant à la fin de la commande précédente `plotlist(seq(binomial(100, k, 0.5), k, 0, 100), couleur=rouge)`

Pour une pièce non équilibrée, si p est la probabilité d’obtenir pile, on pourra utiliser le résultat du test `alea(0, 1) < p` qui vaut 1 si le nombre généré est plus petit que p et 0 sinon et a donc une probabilité p . Par exemple `seq(alea(0, 1) < p, j, 1, 100)`.

Pour simuler par exemple 100 erreurs selon la loi normale, faire

```
seq(randnorm(0, 1), j, 1, 100).
```

– **Convergence vers la loi normale.**

On peut tracer le diagramme en batons de la loi binomiale de paramètres par exemple $n = 100$ et $p = 0.4$ en tapant

```
n:=100; p:=0.4; diagramme_batons(seq(binomial(n, k, p), k, 0, n));
```

Cliquer plusieurs fois sur le bouton bleu flèche vers le bas pour voir tout le diagramme. Pour superposer la loi normale qui approche ce diagramme, ajouter la commande

```
graphe(normald(n*p, sqrt(n*p*(1-p)), x), x=0..100)
```

Pour faire observer le théorème de Moivre-Laplace tel qu’il est énoncé, les commandes sont plus complexes. Il faut générer un histogramme avec en abscisse des intervalles de valeurs successives (ici centrés) que prend $(X_n - np)/\sqrt{np(1-p)}$ et en ordonnée la loi binomiale, on tapera les commandes

```
S:=seq([(k-n*p)/sqrt(n*p*(1-p)), binomial(n, k, p)], k, 0, n);
```

```
H:=histogram(S, affichage=nom_cache);
```

```
graphe(normald(x), x=-10..10, couleur=rouge)
```

On peut calculer l’aire d’une partie de l’histogramme avec la commande `aire(H[a..b-1])` (rectangles d’indices a à b) ou `binomial_cdf(n, p, a, b-1)`, que l’on peut comparer avec l’aire sous la courbe `int(normald(x), x=a..b)`. On peut reprendre les commandes précédentes en faisant varier n et p de manière interactive en définissant les paramètres n et p (menu Edit->New parameter, prendre garde de décocher la case symb pour avoir un curseur numérique et définir la plage de n et p ainsi que le pas).

– **Fluctuations à un seuil donné**

– Visualisation de la partie hors de l’intervalle de confiance. Commencer par tracer la loi normale

```
graphe(normald(x), x=-10..10);
```

puis valider, puis ajouter à la fin de la commande

```
plotarea(normald(x), x=-6..-2); plotarea(normald(x), x=2..6)
```

Faire de même en remplaçant 2 et -2 par 3 et -3.

– Calcul de l’intervalle de confiance centré au seuil de 1% pour la loi normale centrée réduite : `[normal_icdf(0, 1, 0.005), normal_icdf(0, 1, 0.995)]`