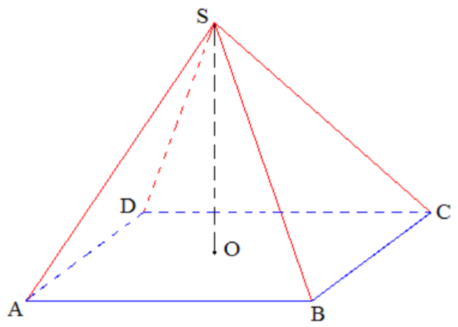
Quatrième séance d'algorithmique : recherche d'extrema

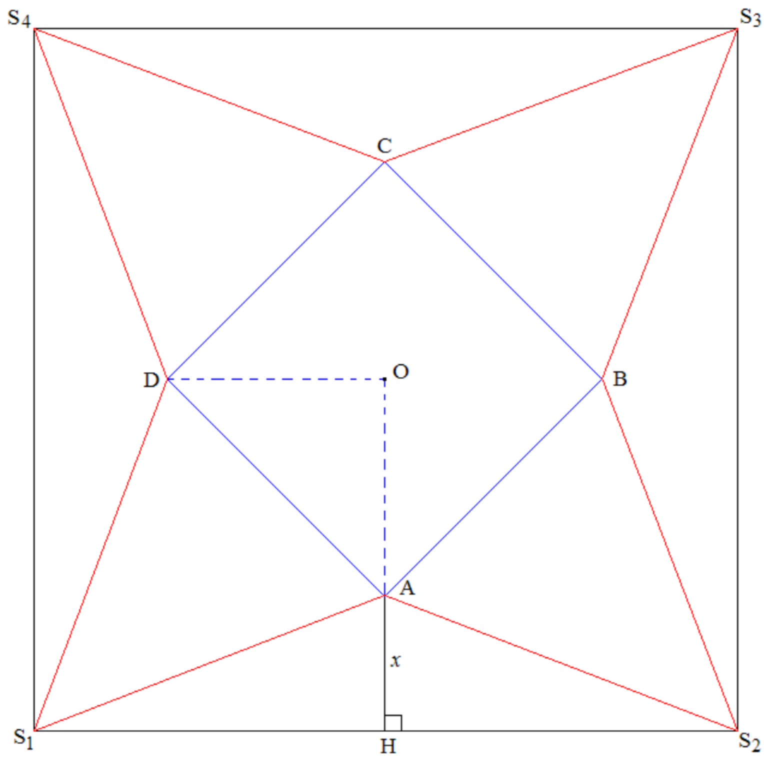
Proposition de scénario

- Durée de l'activité : 1h00-1h30.
- Objectif : Utiliser les notions de boucle abordées dans les TP précédents dans un cadre numérique. Découvrir les notions de test et de liste.
- Déroulement : Ce TP fait suite aux précédents ainsi qu'à une activité faite dans le cadre du cours de géométrie dans l'espace dont le but était de trouver la pyramide à base carrée de volume maximal que l'on peut construire sur une feuille de format A5.

Recherche d'extrema

On dispose d'une feuille au format $A5$, on souhaite l'utiliser afin de construire une pyramide de volume maximal.
On admet qu'il s'agit d'une pyramide régulière à base carrée.





On a vu dans une activité précédente que le volume de la pyramide en fonction de x est donné par l'expression $V(x) = \dfrac{2}{3}(7,4-x)^2\sqrt{14,8x}$.

1) On a écrit à l'aide du logiciel Xcas un programme permettant de déterminer le tableau de valeur de la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 5$ sur un intervalle $[a;b]$ avec un pas de h.

```
fonction Tabval(a,b,h)
  local x,l;
  l:=[];// on part d'un tableau de valeurs vide
  x:=a;
  tantque x<=b faire
    l.append([x,x^2-5]);// on ajoute la ligne [x,f(x)] au tableau
    x:=x+h
  ftantque;
  retourne l;
ffonction:;
```

a) Donne le tableau de valeurs de la fonction f sur l'intervalle $[0;3]$ avec un pas de $0,5$.

b) Modifie le programme Tabval pour avoir le tableau de valeur de la fonction V sur l'intervalle $[0;7,4]$ avec un pas de $0,5$.

c) Dans quel intervalle semble se situer le maximum de la fonction V ?

d) Modifie le pas pour obtenir une valeur approchée du maximum à 10^{-2} près.

2) On a automatisé la recherche de ce maximum à l'aide du programme suivant :

Prog | Edit | Ajouter | 15 | nxt | Fonctions | Test | Boucle

```
fonction Posmax(a,b,h)
  local x,xmax,fx,fmax;//xmax sera la position du maximum trouvé jusque là
  xmax:=a;//on suppose que le maximum est atteint pour x=a
  fmax:=2/3*(7.4-a)^2*sqrt(14.8*a);
  x:=a;
  tantque x<=b faire
    fx:=2/3*(7.4-x)^2*sqrt(14.8*x);
  si fx>fmax // on regarde si fx est plus grand que le max atteint jusque là
  alors
    xmax:=x; // si c'est le cas on ajuste
   fmax:=fx;
  fsi;
  x:=x+h
  ftantque;

  retourne xmax;
ffonction:;
```

a) Utilise ce programme pour déterminer une valeur approchée à 10^{-1} de x pour laquelle le volume de la pyramide est maximum.

b) Donne une valeur approchée de x à 10^{-2} près puis à 10^{-3} près et à 10^{-4} près.
Que remarques-tu ?

c) Modifie le programme précédent pour qu'il donne le **minimum** sur $[-10; 10]$ de la fonction g définie par $g(x) = x^4 + 2x + 1$. Indique la précision du résultat obtenu.

Complément : les programmes en syntaxe Python sur Casio Graph 90+e et Xcas pour Firefox.

x Python tabval.py *

```
def tabval(a,b,h):
   l=[] # tableau vide au debut
   x=a
   while x<=b:
      l.append([x,x**2-5])
      # on ajoute la ligne (x,f(x)) dans le tableau
      x=x+h
   return l
```

```
def posmax(a,b,h):
    # local x,xmax,fx,fmax
    # xmax sera la position du maximum trouve jusque la
    xmax=a
    fmax=2/3*(7.4-a)**2*sqrt(14.8*a)
    x=a
    while x<=b:
        fx=2/3*(7.4-x)**2*sqrt(14.8*x)
        if fx>fmax: # fmax n'etait donc pas le max
            xmax=x # on ajuste
            fmax=fx
        x=x+h
    return xmax
```