

Documents et calculatrices autorisés.

Ce sujet comporte 3 exercices obligatoires et 1 problème au choix.

1 Exercice 1 (obligatoire)

Statistiques : Production de pétrole en milliers de barils par jour pour la Mer du Nord entre 1998 et 2004 (source <http://www.eia.doe.gov/emeu/ipsr/supply.html>)

1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
5806	5947	5799	5718	5657	5329	5229

Calculer la droite de régression linéaire de la production en fonction de l'année et estimer la production en 2010.

2 Exercice 2 (obligatoire)

Maths financières : amortissement de prêt. On considère un prêt de 100 000 euros, avec des mensualités de 1000 euros et un taux de 3.5%. Quelle somme faut-il verser pour rembourser ce prêt au bout de 5 ans?

3 Exercice 3 (obligatoire)

Unités : on suppose que l'orbite de la Terre autour du Soleil est un cercle, on rappelle que la distance R de la Terre au Soleil est une unité astronomique (symbole au). La Terre effectue une révolution (de longueur $2\pi R$) autour du Soleil en 1 année, quelle est la vitesse moyenne de la Terre sur son orbite en kilomètres par heure ?

4 Problème (choix 1)

Programmation de la méthode de Newton. Pour résoudre une équation de la forme $f(x) = 0$, on considère la suite récurrente définie par une valeur initiale u_0 si possible proche d'une solution et par la relation de récurrence

$$u_{n+1} = u_n - \frac{f(u_n)}{f'(u_n)}$$

Par exemple, si $f(x) = x^2 - 2$

$$u_{n+1} = u_n - \frac{u_n^2 - 2}{2u_n}$$

- Calculer le 5ème terme de la suite correspondant à $f(x) = x^2 - 2$ et $u_0 = 1$ (valeur exacte) puis $u_0 = 1.0$ (valeur approchée).

En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer que

$$|u_5 - \sqrt{2}| < \frac{|u_5^2 - 2|}{2}$$

Donner une fraction approchant $\sqrt{2}$ et donner une majoration exacte de la précision obtenue.

- Ecrire une fonction prenant en argument l'expression $f(x)$, la valeur initiale u_0 et un entier n , qui calcule le n -ième terme de la suite (on pourra utiliser SUBST ou | pour évaluer une expression en une valeur de x). Tester cette fonction avec $f(x) = x^2 - 2$, $u_0 = 1.0$ et $n = 5$.
- Modifier la fonction précédente pour qu'elle s'arrête avant le n -ième terme si la différence entre 2 termes consécutifs est inférieure à $1e - 12$.

5 Problème (choix 2)

Il s'agit de comparer si 2 chaînes de caractères d'ADN de même longueur sont proches, par exemple pour trouver dans une base de donnée la chaîne la plus proche d'une chaîne fixée. Pour cela, on compare les chaînes caractères par caractères, en donnant une "note" de 1 si les caractères sont identiques, 0 s'ils sont complémentaires et -1 s'ils sont différents et non complémentaires. On fait ensuite la somme des résultats obtenus pour tous les caractères. Par exemple pour les chaînes "ACGT" "AGTC", pour les premiers caractères on compte +1, pour les 2èmes caractères 0 (complémentaires), pour les 3ème et 4ème -1, le total vaut donc 1+0-1-1=-1.

- Ecrire une fonction prenant en argument les 2 chaînes de caractères, la position des caractères et renvoyant 1, 0 ou -1 comme expliqué ci-dessus.
- Ecrire une fonction utilisant la fonction précédente prenant en argument les 2 chaînes et renvoyant la somme des résultats obtenus
- Ecrire une fonction renvoyant la chaîne la plus proche d'une chaîne fixée dans une liste de chaînes de caractères.