

## 5.4 Liste des sujets de la session 2008

### Leçons d'algèbre et géométrie



- 101 Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples. \_\_\_\_\_
- 102 Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications. \_\_\_\_\_
- 103 Congruences dans  $\mathbf{Z}$ , anneau  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ . Applications. \_\_\_\_\_
- 104 Nombres premiers. \_\_\_\_\_
- 105 PGCD, PPCM dans  $\mathbf{Z}$ , théorème de Bézout. Applications. \_\_\_\_\_
- 106 PGCD dans  $K[X]$ , où  $K$  est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications. \_\_\_\_\_
- 107 Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels. \_\_\_\_\_
- 108 Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang. \_\_\_\_\_
- 109 Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples. \_\_\_\_\_
- 110 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Applications. \_\_\_\_\_
- 111 Changements de bases en algèbre linéaire. Applications. \_\_\_\_\_
- 112 Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications. \_\_\_\_\_
- 113 Déterminants. Applications. \_\_\_\_\_
- 116 Homothéties-translations. Applications. \_\_\_\_\_
- 118 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3. \_\_\_\_\_
- 120 Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien (dimension finie). Applications. \_\_\_\_\_
- 122 Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications géométriques. \_\_\_\_\_
- 123 Nombres complexes et géométrie. \_\_\_\_\_
- 125 Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications. \_\_\_\_\_
- 126 Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, formes réduites. \_\_\_\_\_
- 127 Géométrie du triangle. \_\_\_\_\_
- 128 Barycentres. Applications. \_\_\_\_\_
- 130 Droites et plans dans l'espace. \_\_\_\_\_
- 131 Projections et symétries dans un espace affine de dimension finie. \_\_\_\_\_
- 137 Cercles et droites dans le plan affine euclidien. \_\_\_\_\_
- 139 Cinématique du point : vitesse, accélération. Exemples de mouvements. On pourra se limiter aux mouvements plans. \_\_\_\_\_
- 140 Division euclidienne. \_\_\_\_\_
- 142 Utilisation de groupes en géométrie. \_\_\_\_\_
- 143 Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes. \_\_\_\_\_
- 144 Rang en algèbre linéaire. \_\_\_\_\_
- 145 Utilisation de transformations en géométrie. \_\_\_\_\_
- 146 Coniques. \_\_\_\_\_

147	Courbes planes paramétrées.	_____
148	Angles.	_____
149	Équations et géométrie.	_____
150	Factorisation de matrices.	_____
151	Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.	_____
154	Trigonométrie.	_____
155	Systèmes linéaires.	_____
156	Valeurs propres.	_____
157	Arithmétique dans $\mathbf{Z}$ .	_____
158	Actions de groupes. Exemples et applications	_____

## Leçons d'analyse et probabilités



- 201 Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications. \_\_\_\_\_
- 202 Séries à termes réels positifs. Applications. \_\_\_\_\_
- 203 Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence (les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs étant supposés connus). \_\_\_\_\_
- 204 Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. \_\_\_\_\_
- 205 Espaces préhilbertiens : projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Application à l'approximation des fonctions. \_\_\_\_\_
- 206 Parties compactes de  $\mathbf{R}^n$ . Fonctions continues sur une telle partie. Exemples. \_\_\_\_\_
- 207 Théorème des valeurs intermédiaires. Applications. \_\_\_\_\_
- 208 Théorème du point fixe. Applications. \_\_\_\_\_
- 209 Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples. \_\_\_\_\_
- 210 Séries entières. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples. \_\_\_\_\_
- 212 Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés. Exemples. \_\_\_\_\_
- 213 Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques, nombre  $\pi$ . \_\_\_\_\_
- 215 Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications. \_\_\_\_\_
- 216 Théorème de Rolle et égalité des accroissements finis. Applications. \_\_\_\_\_
- 217 Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications. \_\_\_\_\_
- 218 Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications. \_\_\_\_\_
- 219 Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples. \_\_\_\_\_
- 220 Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration de l'erreur. \_\_\_\_\_
- 221 Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de  $\mathbf{R}$  (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples. \_\_\_\_\_
- 222 Intégrale d'une fonction numérique continue sur un intervalle compact. Propriétés. \_\_\_\_\_
- 223 Intégrales de fonctions dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications. \_\_\_\_\_
- 224 Équations différentielles linéaires d'ordre deux :  $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$ , où  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sont des fonctions continues sur un intervalle de  $\mathbf{R}$ , à valeurs réelles ou complexes. \_\_\_\_\_
- 225 Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants ; écriture matricielle. Exemples. \_\_\_\_\_
- 227 Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité. Fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ . Fonctions composées. \_\_\_\_\_
- 228 Fonctions différentiables définies sur un ouvert convexe de  $\mathbf{R}^n$ . Inégalité des accroissements finis. Applications. \_\_\_\_\_
- 229 Suite de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli. Variable aléatoire de loi binomiale. Approximations de cette loi. \_\_\_\_\_
- 230 Probabilité conditionnelle et indépendance. Couples de variables aléatoires. Exemples. \_\_\_\_\_
- 231 Espérance, variance ; loi faible des grands nombres. \_\_\_\_\_
- 232 Variables aléatoires possédant une densité. Exemples. \_\_\_\_\_

<b>233</b>	Approximation d'un nombre réel. Théorie et méthodes.	_____
<b>234</b>	Équations différentielles.	_____
<b>235</b>	Exponentielles et logarithmes.	_____
<b>236</b>	Continuité, dérivabilité pour les fonctions d'une variable réelle.	_____
<b>237</b>	Intégrales et primitives.	_____
<b>238</b>	Le nombre $\pi$ .	_____
<b>240</b>	Problèmes d'extremums pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.	_____
<b>241</b>	Diverses notions de convergence (on pourra se placer dans des contextes variés). Exemples.	_____
<b>242</b>	Suites de nombres réels.	_____
<b>243</b>	Fonctions numériques de deux variables réelles ; courbes de niveau, gradient.	_____
<b>244</b>	Égalités et inégalités (on pourra s'intéresser aux inégalités de Cauchy-Schwarz, de Parseval. . .).	_____
<b>245</b>	Équations fonctionnelles.	_____
<b>246</b>	Applications de l'analyse au calcul des grandeurs (aires, volumes. . .).	_____
<b>247</b>	Limites à l'infini.	_____
<b>248</b>	Mouvement à accélération centrale.	_____
<b>249</b>	Loi normale.	_____

## Exercices d'algèbre et géométrie



- 301 Exercices sur les groupes. \_\_\_\_\_
- 302 Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans  $\mathbf{Z}$ . \_\_\_\_\_
- 303 Exercices faisant intervenir la division euclidienne. \_\_\_\_\_
- 304 Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout. \_\_\_\_\_
- 305 Exercices faisant intervenir les nombres premiers. \_\_\_\_\_
- 306 Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM et mettant en œuvre des algorithmes associés. \_\_\_\_\_
- 307 Exercices faisant intervenir des dénombrements. \_\_\_\_\_
- 308 Exercices faisant intervenir les relations entre coefficients et racines d'un polynôme. \_\_\_\_\_
- 309 Exercices faisant intervenir polynômes et fractions rationnelles sur  $\mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ . \_\_\_\_\_
- 310 Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes. \_\_\_\_\_
- 311 Exercices faisant intervenir la notion de rang. \_\_\_\_\_
- 312 Exercices faisant intervenir des matrices inversibles. \_\_\_\_\_
- 313 Exercices faisant intervenir des systèmes linéaires. \_\_\_\_\_
- 314 Exercices faisant intervenir des déterminants. \_\_\_\_\_
- 315 Exercices faisant intervenir la recherche et l'emploi de vecteurs propres et valeurs propres. \_\_\_\_\_
- 316 Exercices faisant intervenir la réduction des endomorphismes. \_\_\_\_\_
- 317 Exercices sur les endomorphismes diagonalisables. \_\_\_\_\_
- 318 Exercices faisant intervenir des projecteurs ou des symétries. \_\_\_\_\_
- 319 Exercices faisant intervenir des méthodes ou des algorithmes de calcul en algèbre linéaire. \_\_\_\_\_
- 320 Exercices sur les isométries vectorielles dans les espaces euclidiens en dimension 2 et en dimension 3. \_\_\_\_\_
- 321 Exercices faisant intervenir la réduction des matrices réelles symétriques. \_\_\_\_\_
- 322 Exercices sur les formes quadratiques. \_\_\_\_\_
- 323 Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes. \_\_\_\_\_
- 324 Exercices faisant intervenir des similitudes planes directes ou indirectes. \_\_\_\_\_
- 325 Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimension 2 et en dimension 3. \_\_\_\_\_
- 326 Exercices faisant intervenir la notion de barycentre. \_\_\_\_\_
- 327 Exercices faisant intervenir des applications affines. \_\_\_\_\_
- 329 Exercices sur les aires et les volumes. \_\_\_\_\_
- 330 Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimension 2 et en dimension 3. \_\_\_\_\_
- 331 Exercices sur la cocyclicité. \_\_\_\_\_
- 332 Exercices sur les cercles. \_\_\_\_\_
- 333 Exercices de géométrie plane faisant intervenir des triangles isométriques ou semblables. \_\_\_\_\_
- 334 Exercices sur les coniques. \_\_\_\_\_
- 335 Exemples d'étude de courbes planes. \_\_\_\_\_
- 337 Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure...). \_\_\_\_\_

- 338** Exercices sur les propriétés métriques des courbes de l'espace. \_\_\_\_\_
- 339** Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace. \_\_\_\_\_
- 340** Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie. \_\_\_\_\_
- 341** Exercices de construction en géométrie plane. \_\_\_\_\_
- 342** Exercices de géométrie faisant intervenir le choix d'un repère. \_\_\_\_\_
- 343** Exercices de cinématique du point. \_\_\_\_\_
- 345** Exercices sur les triangles. \_\_\_\_\_
- 346** Exemples de résolution de problèmes modélisés par des graphes. \_\_\_\_\_
- 347** Exercices faisant intervenir la trigonométrie. \_\_\_\_\_

## Exercices d'analyse et probabilités



- 401 Exemples d'étude de suites de nombres réels ou complexes. \_\_\_\_\_
- 402 Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes. \_\_\_\_\_
- 403 Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence. \_\_\_\_\_
- 404 Exemples d'étude de la convergence de séries numériques. \_\_\_\_\_
- 405 Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique. \_\_\_\_\_
- 406 Exemples de comportement asymptotique de suites ; rapidité de convergence ou de divergence. \_\_\_\_\_
- 407 Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes. \_\_\_\_\_
- 408 Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes. \_\_\_\_\_
- 409 Exercices sur les suites de polynômes orthogonaux. \_\_\_\_\_
- 410 Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions d'une variable réelle. \_\_\_\_\_
- 411 Exemples d'étude de fonctions définies par une série. \_\_\_\_\_
- 412 Exemples de développements en série entière. Applications. \_\_\_\_\_
- 413 Exemples d'emploi de séries entières ou trigonométriques pour la recherche de solutions d'équations différentielles. \_\_\_\_\_
- 414 Exemples de séries de Fourier et de leurs applications. \_\_\_\_\_
- 415 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une variable réelle. \_\_\_\_\_
- 417 Exemples d'approximations de fonctions numériques ; utilisations. \_\_\_\_\_
- 418 Exemples d'utilisation de développements limités. \_\_\_\_\_
- 419 Exemples d'utilisation d'intégrales pour l'étude de suites et de séries. \_\_\_\_\_
- 420 Exemples d'utilisation de suites ou de séries pour l'étude d'intégrales. \_\_\_\_\_
- 421 Exemples de calcul de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment. \_\_\_\_\_
- 422 Exemples d'étude d'intégrales impropres. \_\_\_\_\_
- 423 Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone. \_\_\_\_\_
- 425 Exemples de calculs d'aires et de volumes. \_\_\_\_\_
- 426 Exemples de calculs d'intégrales multiples. \_\_\_\_\_
- 427 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale. \_\_\_\_\_
- 428 Exemples de résolution d'équations différentielles scalaires, linéaires ou non linéaires. \_\_\_\_\_
- 429 Exemples de résolution de systèmes différentiels linéaires. \_\_\_\_\_
- 430 Exemples d'équations différentielles issues des sciences expérimentales ou de l'économie. \_\_\_\_\_
- 431 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une variable, d'une fonction numérique de deux variables. \_\_\_\_\_
- 432 Exemples d'approximations d'un nombre réel. \_\_\_\_\_
- 433 Approximations du nombre  $\pi$ . \_\_\_\_\_
- 434 Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse. \_\_\_\_\_

- 435** Exemples d'étude probabiliste de situations concrètes. \_\_\_\_\_
- 436** Exemples de calculs de primitives. \_\_\_\_\_
- 437** Exercices faisant intervenir des variables aléatoires. \_\_\_\_\_
- 438** Exemples de problèmes de dénombrement. \_\_\_\_\_
- 439** Exemples de calculs de la norme d'une application linéaire continue. \_\_\_\_\_
- 440** Exemples de calculs de la longueur d'un arc de classe  $\mathcal{C}^1$ . \_\_\_\_\_
- 441** Exemples de systèmes différentiels linéaires  $Y' = AY$  à coefficients réels constants en dimension 2. Allure des trajectoires. \_\_\_\_\_
- 442** Exemples d'exercices faisant intervenir le calcul des probabilités. \_\_\_\_\_
- 443** Exemples de résolution approchée d'équations  $F(X) = 0$ . \_\_\_\_\_