

Durée : une heure
Aucun document autorisé

Contrôle Continu n° 3 - 24/04/2017

Exercice 1.

Trouver les coefficients de Fourier de la fonction de la fonction $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ donnée par $f(x) = |x|$. En déduire les valeurs de $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ et $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}$. Calculer $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$.

Exercice 2. Considérons dans \mathbb{R}^2 la forme quadratique $q \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right) = 4x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$.

1. Exprimer Φ , la forme polaire associée à q , et montrer que Φ définit un produit scalaire sur \mathbb{R}^2 .
2. Appliquer la réduction de Gauss pour q .
3. En déduire la signature et le rang de q .
4. Utiliser la question précédente pour trouver une base orthogonale de \mathbb{R}^2 pour Φ .
5. Donner une base orthogonale de \mathbb{R}^2 pour Φ en appliquant cette fois le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.