a. Limites en $+\infty$ (quand x devient arbitrairement grand).

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} 2020 - x = -\infty$

(b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{2020 - x} = 0$

(c) $\lim\limits_{x\to+\infty} 2020 - \dfrac{1}{x}$

(d) $\lim\limits_{x\to+\infty} 3x^2 + 2x^3$ //

(e) $\lim\limits_{x\to+\infty} 3x^2 + \dfrac{1}{x}$ //

(f) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{3x^2 + 1}$ //

(g) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{3x^2 + 1}$

(h) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{5}{x} - 2$

(i) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{\sqrt{3x - 5}}$

(c). Ici : quand x tend vers $+\infty$ (arbitrairement grand),

$\dfrac{1}{x}$ tend vers 0 (arbitrairement petit).

donc $2020 - \dfrac{1}{x} \rightsquigarrow 2020$!

ne bouge pas

devient minuscule

Conclusion.

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} 2020 - \frac{1}{x} = 2020.}$$

d). $\lim\limits_{x \to +\infty} \underbrace{3x^2} + \underbrace{2x^3}$?

D'une part, quand x tend vers $+\infty$,

x^2 devient GRAND, donc $3 \times x^2$ aussi ! $\Big\}$ $\lim\limits_{x \to +\infty} 3x^2 = +\infty$

D'autre part, x^3 devient GRAND donc $2 \times x^3$ aussi ! $\Big\}$ $\lim\limits_{x \to +\infty} 2x^3 = +\infty$

Ajouter 2 GRANDS nombres donne un GRAND résultat :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \underbrace{3x^2}_{\downarrow \atop +\infty} + \underbrace{2x^3}_{\downarrow \atop +\infty} = +\infty}$$

e) $\lim\limits_{x \to +\infty} 3x^2 + \frac{1}{x}$?

Vu : $\begin{cases} \bullet \lim\limits_{x \to +\infty} 3x^2 = +\infty \\ \bullet \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0 \end{cases}$

donc

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} 3x^2 + \frac{1}{x} = +\infty}$$

$+\infty$ (devient GRAND)

0 (devient Minuscule)

Vu : I - Limite en $+\infty$ (x arbitrairement grand)

II - "Limite en $-\infty$" (x arbitrairement grand NÉGATIF)

Graphiquement : à GAUCHE du graphe !

↳ Ça marche exactement PAREIL : on peut avoir différents comportements pour

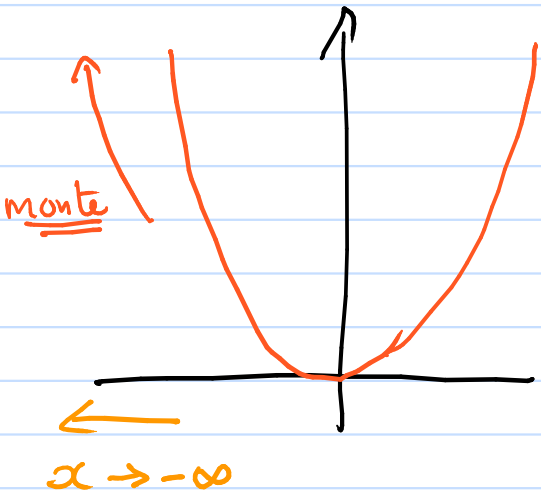
$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x)}$$ //

Voyons cela sur des exemples :

① $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \boxed{+\infty}$

$f(x)$ devient GRAND positif

Ex1 : fonction carrée :



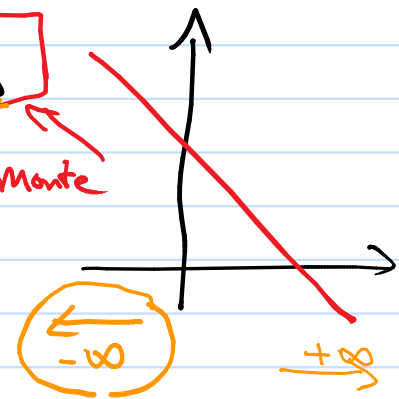
$$\boxed{\bullet \lim_{x \to -\infty} x^2 = +\infty}$$

Ex2 : $f(x) = ax + b$; $a < 0$

$$\boxed{\bullet \lim_{x \to -\infty} ax + b = +\infty \quad (a < 0)}$$

Monte

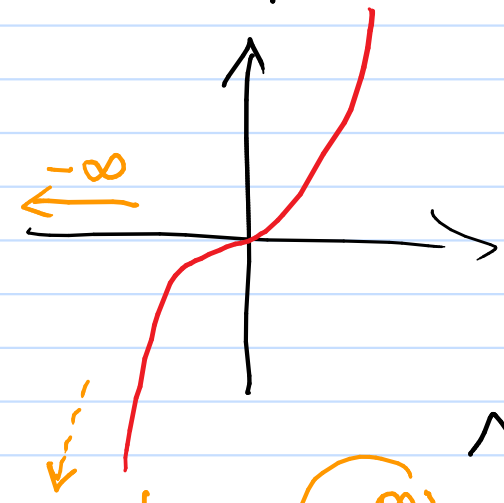
$\left(\lim\limits_{x \to -\infty} -3x + 5 = +\infty \right)$



② $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \boxed{-\infty}$

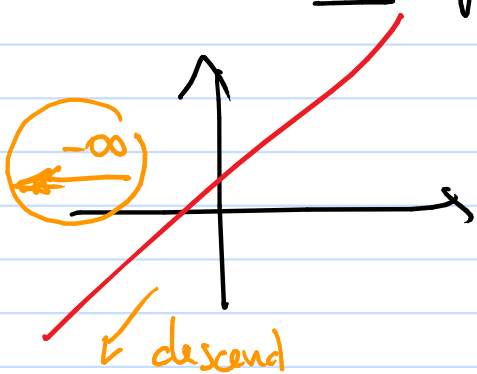
f devient GRAND négatif.

Ex1. fonction CUBE



$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty}$$

Ex2 : $f(x) = ax + b$ avec $a > 0$



$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} ax + b = -\infty \quad \text{pour } a > 0}$$

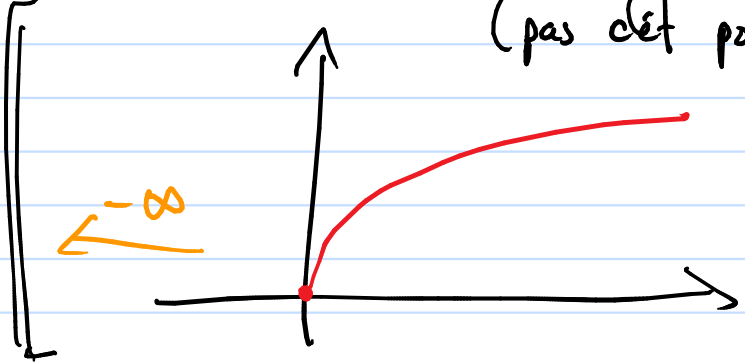
En général. $(n \geq 1)$

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty, & \text{si } n \text{ pair} \\ -\infty, & \text{si } n \text{ impair} \end{cases}}$$

(Ex $\lim_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$)

⚠ $\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x}$ N'EXISTE PAS car $D_{ef} = [0; +\infty[$

(pas déf pour $x \leq 0$)



b. Limites en $-\infty$ (quand x devient arbitrairement grand dans les négatifs).

(a) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3x^2$

(b) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2020 - x$

(c) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2020 - \dfrac{1}{x}$

(d) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3x^2 - 2x^3$

(e) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3x^2 + \dfrac{1}{x}$

(f) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{3x^2+1}$

(g) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{3x^2+1}$

(h) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{5}{x} - 2$

(i) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{\sqrt{5-3x}}$

(a). $\lim\limits_{x\to-\infty} 3x^2$?

On sait que $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$

donc $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} 3 \times x^2 = +\infty}$

(b). $\lim\limits_{x\to-\infty} 2020 - x$?

On a $\lim\limits_{x\to-\infty} -x = +\infty$ || donc

$\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} 2020 - x = +\infty}$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} 2020 - \frac{1}{x}$?

Quand x est négatif et GRAND,

$\frac{1}{x}$ est négatif et PETIT // $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$ //

donc $\boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} 2020 - \frac{1}{x} = 2020}$

d) $\lim\limits_{x \to -\infty} 3x^2 - 2x^3$?

Vu : . $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$, donc $\lim\limits_{x \to -\infty} 3x^2 = +\infty$ //

. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$, donc $\lim\limits_{x \to -\infty} -2x^3 = +\infty$ //

en ajoutant :

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} 3x^2 - 2x^3 = +\infty}$$

e) $\lim\limits_{x \to -\infty} \underbrace{3x^2}_{+\infty} + \underbrace{\frac{1}{x}}_{0}$?

<u>Vu</u> : $\begin{cases} \cdot \lim\limits_{x \to -\infty} 3x^2 = +\infty \\ \cdot \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0 \end{cases}$

donc en ajoutant : $\boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} 3x^2 + \frac{1}{x} = +\infty}$

c. Limites en un point (quand x tend vers une valeur finie).

(a) $\lim\limits_{x\to 2021} \dfrac{1}{2020-x}$

(b) $\lim\limits_{x\to 1} 3x^2 + \dfrac{1}{x}$

(c) $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{3x^2+1}$

(d) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2}{\sqrt{3x-5}}$

(e) $\lim\limits_{x\to 0} 2 - \dfrac{1}{x^2}$

(f) $\lim\limits_{x\to 2} 3x^2 + 2x^3$

(a) Quand x tend vers 2021,

alors $2020 - x$ tend vers $2020 - 2021 = -1$!

et donc,

$$\boxed{\lim_{x\to 2021} \frac{1}{2020-x} = \frac{1}{-1} = -1}$$

Idée : 2021 n'est pas valeur interdite de $\dfrac{1}{2020-x}$

donc, pour calculer

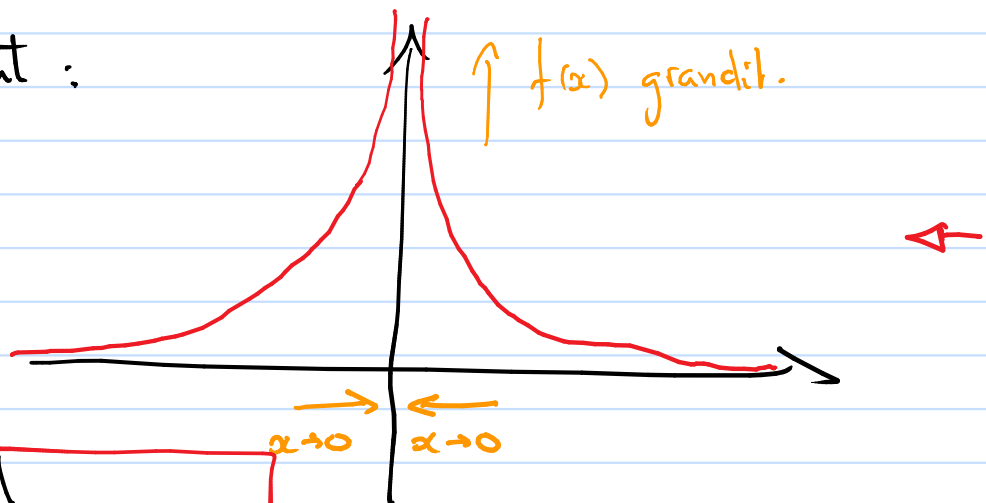
$\lim\limits_{x\to 2021} \dfrac{1}{2020-x}$, il suffit de remplacer x par 2021 !

Que se passe-t-il quand on calcule

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} \ ?$$

ICI, 0 est valeur interdite : on ne peut PAS remplacer !

Graphiquement :



on a :

$$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = +\infty}$$