Contrôle continu 1 – 17 décembre 2018

17h-19h

Calculatrices interdites. Documents et téléphones portables interdits.

Une rédaction soignée est demandée : toutes les réponses doivent être détaillées, et la notation en tiendra compte.

—

Exercice n° 1 *Résoudre les équations et inéquations suivantes :*

1. $7x + 3 \leq -2x + 4$
2. $(x + 2)(x - 1) - 2x = -4$
3. $2 - 4x - x^2 \leq 5$

Exercice n° 2 *On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé* (O, I, J).

1. *On considère les points* $A(4; 2)$ *et* $B(8; 1)$.
   Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
2. *Soit* (D_1) *la droite d'équation* $x + 2y = 4$, *et* (D_2) *la droite d'équation* $y = -\frac{1}{4}x + 3$.
   Montrer que ces droites sont sécantes et déterminer leur point d'intersection.

Exercice n° 3 *On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé* (O, I, J).
On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{v}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$. *Soit* A *le point de coordonnées* $(1; 5)$. *Soient* B *et* C *les points tels que* $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ *et* $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$.

1. *Faire une figure.*
2. *Donner l'équation réduite de la droite* (AB).
3. *Exprimer le vecteur* $\vec{w} = \overrightarrow{BC}$ *en fonction de* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$, *montrer que* $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, *et calculer sa norme.*
4. *Calculer le produit scalaire* $\vec{v} \cdot \vec{w}$. *Le triangle* ABC *est-il rectangle en* C *?*
5. *Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal* H *de* C *sur la droite* (AB).

Exercice n° 4 *On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x^2-2x}$.*

1. *Déterminer le domaine de définition D_f de f.*
2. *Déterminer l'image de 1 far f.*
3. *Déterminer les éventuels antécédents de 1 par f.*
4. *Montrer que $x^2 - 2x < 0$ quand $x \in]0; 2[$.*
5. *Montrer que f a pour maximum -1 sur l'intervalle $]0, 2[$*
   (Indication : on pourra utiliser que $x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$).
6. *Montrer que $x^2 - 2x$ tend vers $+\infty$ en $+\infty$.*
7. *Calculer la limite de f en $+\infty$.*
8. *Calculer la limite à droite de f en 0.*

Exercice n° 5 *Pour chacune des fonctions suivantes, donner l'ensemble de définition, puis calculer la limite quand x tend vers $+\infty$.*

1. $g(x) = \dfrac{1+x^2}{1-x^2}$
2. $h(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$