Bibliographie sommaire

Les ouvrages spécialisés sont mentionnés dans le texte.

ARNAUDIÈS, J.-M., LELONG-FERRAND, J., *Cours de Mathématiques*, tome 1, Dunod (1971), 536 p.
BELL, E.T., *Men of Mathematics*, Simon & Schuster, New York (1937), 591 p.
BOYER, C.B., *A History of Mathematics*, John Wiley (1968), 717 p.
BOURBAKI, N., *Eléments d'histoire des mathématiques*, Hermann (1960), 277 p.
CAJORI, F., *A History of Mathematics*, Chelsea Pub. Comp. (1919), 524 p.
CANTOR, M., *Geschichte der Mathematik*, Teubner (1913), 4 vol.
CHAMBADAL, L., OVAERT, J.-L., *Cours de Mathématiques, algèbre II*, Gauthier-Villars (1972), 511 p.
COOLIDGE, J.L., *A History of Geometrical Methods*, Dover Publ. (1963), 451 p.
CROWE, M.J., *A History of Vector Analysis*, University of Notre-Dame Press (1967), 270 p.
DICTIONARY OF SCIENTIFIC BIOGRAPHY, Charles Scribner's Sons (1970), 16 vol.
EBBINGHAUS, H.D., *Einführung in die Mengenlehre*, Wiss. Buchgesellschaft (1977), 177 p.
EBBINGHAUS, H.D., FLUM, J., THOMAS, W., *Einführung in die Mathematische Logik*, Wiss. Buchgesellschaft (1978), 288 p.
FADDIÉÏEV, D.K., SOMINSKI, I.S., *Sbornik zadatch po vycheï algebre*, Nauka 1968, 302 p.
FRIEDRICHSDORF, U., PRESTEL, A., *Mengenlehre für den Mathematiker*, Vieweg (1985), 103 p.
GERICKE, H., *Mathematik in Antike und Orient*, Springer (1984), 292 p.
GESCHICHTE DER ALGEBRA, Éd. E. Scholz, Bibliogr. Inst. (1990), 505 p.
HUPPERT, B., *Angewandte Lineare Algebra*, de Gruyter (1990), 646 p.
IOUCHKIÉVITCH, A.P., *Geschichte der Mathematik im Mittelalter*, Teubner (1964), 454 p.
KLEIN, F., *Vorlesungen über die Entwickelung der Mathematik im 19. Jahrhundert I+II*, Springer (1926), 385 p. + 209 p.
KLINE, M., *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press (1972), 1 238 p.
LEXIKON BEDEUTENDER MATHEMATIKER, Harry Deutsch (1990), 560 p.
MATEMATITCHESKI ENZYKLOPEDITCHESKI SLOVAR, Éd. Prochorov, Yu.W., Sovietskaïa Enzyklopedia (1988).
PRESTEL, A., *Einführung in die Mathematische Logik und Modelltheorie*, Vieweg (1986), 286 p.
TROPFKE, J., *Geschichte der Elementarmathematik*, Band 1, Arithmetik und Algebra, de Gruyter (1980), 742 p.
VAN DER WAERDEN, B.L., *Erwachende Wissenschaft*, Birkhäuser (1956), 488 p.
VOGEL, K., *Vorgriechische Mathematik I+II*, Mathematische Studienhefte, Schrödel (1958), 80 p. + 94 p.
WALTER, W., *Analysis I+II*, Springer (1991), 385 p. +396 p.

Avant-propos

de l'édition en langue française

Le présent ouvrage s'adresse aux étudiants du premier cycle des universités ainsi qu'aux candidats aux concours des écoles d'ingénieurs et de l'enseignement secondaire. Il ne remplace pas les manuels d'usage courant mais en est un complément, présentant une approche matricielle de l'algèbre linéaire, une étude approfondie des bases de la géométrie élémentaire, des résultats d'algèbre plus récents, de nombreux exercices et commentaires historiques.

L'ouvrage est la traduction d'un manuel destiné aux étudiants de mathématiques et physique des universités de langue allemande. La tradition de ces universités est bien différente de celles de l'hexagone. Un jeune collègue allemand me confiait au début des années soixante-dix qu'il avait parcouru la France et s'y était bien plu, mais que les étudiants lui avaient semblé «insipides» : «Ils savent tous la même chose». Ses souvenirs remontaient au milieu des années soixante, époque reculée où les cours universitaires étaient réglementés par un programme «national» imposant une liste de définitions et d'énoncés à enseigner. L'«oreille mathématique» du gouvernement d'alors, à qui je me plaignais qu'un professeur d'université de l'hexagone eût moins de liberté dans son enseignement qu'un instituteur du pays voisin, me rétorqua dans mon appartement de la rue du maréchal Joffre à Strasbourg : «Vous comprenez, Gabriel, que vous êtes qualifié, mais regardez votre collègue x de l'université y...» Heureux pays de liberté...

Pas de programme national, en revanche, pour les Herren Kollegen des pays thiois voisins, pas de concours nationaux pour leurs étudiants. Herr Kollege semble toujours qualifié ; il est maître chez soi et libre de ses choix...

Le manuel a été composé au cours de mes années d'enseignement à l'université de Zurich (les élèves de première année y sont légèrement plus âgés et un peu plus mûrs qu'en France). Le choix des sujets traités n'a été dicté que par une expérience personnelle acquise en taupe et dans les universités de France, de la République Fédérale d'Allemagne, de Suisse et de l'ancienne Union Soviétique. Je renvoie, pour l'exposé de mes motifs, à la préface infra de la version allemande, espérant que mon travail ajoute quelque diversité à un paysage scolaire très soucieux d'«égalité scientifique».

Je puis seulement me sentir flatté que les *Éditions Cassini* aient choisi d'ajouter mon nom à une liste d'auteurs plus prestigieux et aient confié la traduction à une *équipe de collègues* d'une qualification plus que parfaite et d'une merveilleuse maîtrise des deux langues. La tâche n'était pas facile. La langue allemande se prête, entre autres, à de courtes contractions qui cachent la nature des liaisons entre les constituants et forcent le traducteur à décomposer et intercaler des locutions prépositives précises mais longues. De surcroît, j'adopte dans certains passages historiques un ton de familiarité destiné à rapprocher du lecteur les grandes et moins grandes figures du passé. Or l'allemand littéraire ne connaît pas de frontière nette (je dirais presque de classe) entre le style soutenu et la langue familière ; en l'absence d'un riche réservoir de mots argotiques, la différenciation *soutenu-familier* s'y obtient en jouant sur des variantes dialectales. Le français, par contre, dispose de plusieurs niveaux linguistiques ; le choix du bon niveau y relève du goût personnel et ne saurait guère résulter d'un travail d'équipe. Si l'on tient compte enfin de la correction, en cours de traduction, des trop nombreuses bévues de l'original, on est nécessairement conduit à considérer la version française comme une œuvre nouvelle de quatre auteurs, qui se doivent d'exprimer ici toute leur reconnnnaissance pour la lecture minutieuse et critique des équipiers de Cassini.

Pierre Gabriel — Rietbad nid Säntis, le 5 février 2000.

À ma Lorraine, romane et tiche
Minem Lothringe, wälsch un deitsch

Préface

De tout temps, les Mathématiques ont été tiraillées entre deux courants. Le premier mène au monde extérieur, aux constructions, calculs et algorithmes. Le deuxième est tout intériorisation, jeu sur modèles, spéculation. Le premier grossit, de façon continue et réfléchie, dans un environnement de technique et d'ordinateurs. Le deuxième s'enfle, libre de toute contrainte extérieure ; il déferla sur le monde moderne et faillit submerger l'école.

L'enseignement propédeutique se doit de suivre les deux courants. Nous nous laissons porter d'abord par le premier et lui laissons la plus grande place. Les notions qu'il charrie sont concrètes, les produits d'alluvion faciles à saisir, de nature dure ou molle, mais bien souvent propre à l'usage. Nul n'est besoin d'être champion pour faire d'utiles trouvailles en barbotant dans ces parages.

Les champions seuls seront guidés en fin d'ouvrage vers l'océan des spéculations abstraites. Ceux que Dieu n'a pas créés pour ces étendues y restent bredouilles à jamais. Mais la pêche sourit à qui allie le talent à l'expérience du barbotage dans des eaux plus basses.

Nous nageons donc dans le sens des courants. Mais nous nageons aussi contre le courant, vers la source de la géométrie, dont la transparence nous guide vers les techniques de l'abstraction, la transposition de concepts spatiaux à d'autres domaines de la pensée, la découverte de liens cachés entre différentes espèces de la connaissance.

Mais on ne peut transposer que ce que l'on connaît. Malheureusement, les connaissances de géométrie élémentaire acquises au lycée n'ont pas la précision qu'exige l'enseignement supérieur. Peu importe que le professeur illustre le symbole $\mathbb{R}^3$ d'une représentation plane de l'espace. Le fossé reste grand entre l'image concrète et l'abstrait $\mathbb{R}^3$. Les lignes de démarcation entre concepts, entre points et vecteurs par exemple, sont floues, l'élève manque de pratique pour passer des équations aux figures. Il a besoin de plus d'entraînement.

La pratique de la modélisation – de la confection de modèles mathématiques pour la description de processus extra-mathématiques – doit commencer tôt. La discussion des fondements de la géométrie a aussi ce but-là. Elle conduit en particulier à une démarcation nette entre l'espace de la physique et son idéalisation mathématique. Dans le cas du modèle numérique $\mathbb{R}^3$ cette frontière n'est plus perceptible, tant est grand l'éloignement du monde physique. Certes, la construction d'un modèle à partir de la théorie axiomatique des ensembles peut s'avérer opportune pour assurer la cohérence logique du modèle. Mais qui veut confronter démonstrations et expériences se doit de déduire le modèle d'observations physiques. L'entreprise est connue pour être délicate. Nous espérons avoir trouvé un chemin qui réponde en quelque sorte aux besoins d'un cours propédeutique.

L'insistance inhabituelle sur la géométrie élémentaire sert finalement aussi à l'illustration de la notion centrale de ce livre, celle des groupes de transformations. La géométrie élémentaire fournit la matière première nécessaire à l'illustration des nombreux groupes abstraits et formes réduites de la mathématique supérieure. L'enseignement supérieur doit là aussi suppléer ce que le lycée ne peut offrir, parce que le public du secondaire est plus large et que les groupes de transformations ne dévoilent leur importance qu'à un niveau supérieur.

À titre de récréation, nous avons présenté à côté de la mathématique quelques-uns de ses acteurs. La mathématique n'est pas une vérité transcendante. Elle est l'œuvre d'hommes qui vivent dans un certain contexte historique. Nous esquissons ce contexte parce que nous croyons fermement que l'Histoire est un bon maître. Mais pas seulement pour cela. Nous voulons aussi tout simplement insérer des moments de détente. Puissent les badineries que nous nous sommes permises servir le même dessein et nous rendre les grands acteurs un peu plus familiers.

Notre ouvrage est donc à la fois livre d'enseignement et de lecture. Les parties historiques sont conçues comme lecture de détente, de métro en quelque sorte. L'apport mathématique est ordonné en trois parties, dont les deux premières sont présentées dans deux organigrammes. L'organigramme I contient le noyau «irréductible» d'un cours propédeutique en algèbre linéaire. Ce noyau couvre à peine plus du quart de l'ouvrage, environ 180 pages en tout, ce qui nous paraît parfaitement clément. L'organigramme II présente un cours de «rattrapage» en géométrie de 160 pages environ, que nous avons conçu comme sujet de séminaire pour étudiants. Les 110 pages restantes du cours proprement dit sont tournées vers l'avenir.

Ce manuel est le résultat de nombreux cours propédeutiques professés dans un laps de 33 ans à Metz, Strasbourg, Bonn et Zurich. Il porte les traces de nombreuses influences qui m'imposent un devoir de gratitude. Une gratitude que je ne veux témoigner à la contrée qui m'a fait naître au pied d'une citadelle comme l'un des rares rêveurs pour qui Pierre Fourier reste un modèle. Avec la guerre ma «Heimat» m'a donné quatre années de scolarité dans la langue ancestrale, avec la paix le poli tant admiré par Plücker des mathématiques cis-rhénanes. Ma contrée a formé et déchiré. Je lui dédie la version originale de cet essai en langue ancestrale comme expression, non de gratitude, mais d'attachement inéluctable.

Deux «pays» ont grandement, quoiqu'indirectement, influencé cet ouvrage. Le premier, André Billmann, maître en précision mathématique alliant le Staatsexamen allemand à l'agrégation française, a façonné de nombreuses générations de bacheliers au Lycée de Metz, alors que celui-ci ne portait pas encore un nom de général. À la clairvoyance du second, Pierre Cartier, je dois ma vision derrière les coulisses de Bourbaki. J'ai pris connaissance d'une approche matricielle de l'algèbre linéaire en 1961 à son cours pour cadets de la «Royale».

Je me dois enfin d'exprimer ma reconnaissance aux nombreux amis et élèves qui ont corrigé maint passage et fait la chasse aux fautes de frappe. J'ai oublié plus d'un nom, qu'on veuille bien me le pardonner. Je me dois en tout cas de nommer Herbert Amann, Ursula Ausderau, Markus Brodmann, Thomas Brüstle, Ernst Dieterich, Patrick Guidotti, Thomas Guidon, Erich Gut, Ernst Gutknecht, Urs Hassler, Bernhard Keller, Enrico Leuzinger, Erwin Neuenschwander, Claudio Ortelli, Beat Pasina, Markus Petermann, Yuan Shen et Dieter Vossieck. Pour l'efficacité du travail éditorial et la mise au point des épreuves du texte original, mes remerciements vont à Thomas Hintermann et à M. Stephan Ammann. Je remercie aussi tout particulièrement Frédéric, qui s'est soucié si gentiment de mes connaissances en langue allemande.

Bitche, le 1er août 1995