

Programme et présentation du cours Mat122V Algèbre et analyse approfondies

Ce cours¹ du second semestre de Licence fait suite à Mat111V (Algèbre et géométrie élémentaire²) et a lieu dans le même semestre que Mat121V (Analyse³).

Approfondissement⁴ des autres cours de mathématiques en première année de Licence (Mat111V et Mat121V) il n'est pas indépendant de ces deux autres cours et son programme est (tout en restant exclusivement mathématique!) plus pluridisciplinaire :

Une partie usuellement classée en Algèbre

Relations binaires relations d'équivalence et relations d'ordre.

Structures algébriques : groupes, anneaux, corps, espaces vectoriels.

Deux autres parties usuellement classées en Analyse

Intégration d'une fonction continue par morceaux à valeurs réelles, formule de Taylor avec reste intégral.

Equations différentielles : du premier ordre, linéaires du second ordre, applications du calcul matriciel aux équations d'ordre supérieur.

La partie d'algèbre se trouve au début de tous les cours classiques d'algèbre (par exemple les livres de Godement, Queysanne, ...). Elle fait suite à Mat111V et est plus reliée à ce cours. Elle occupera environ la moitié du temps d'enseignement et sera répartie en deux périodes séparées par deux semaines d'analyse (le début de l'intégration).

Cependant une partie de relations d'ordre dans cette partie algébrique, l'ordre sur \mathbf{R} , valeur absolue et manipulation des inégalités, qui est indispensable en analyse, se trouve aussi dans le programme de Mat121V et sera traité au début du cours de Mat121V.

Le cours commencera par le début du dernier point du programme résumé ci-dessus :

équations différentielles

Contrairement aux autres points du programme, on n'aura pas en fin de S2 (et même S4 !) les théorèmes nécessaires pour justifier (pour l'usage qu'on en fait en physique ou biologie) l'outil des équations différentielles : une loi physique ou d'évolution de population, si elle est raisonnable, permet de déterminer un système en tout temps uniquement à partir des données initiales.

On traitera essentiellement les équations différentielles linéaires, dont on pourra montrer l'unicité des solutions à condition initiales données et, dans certains cas, leur existence.

Le cours commencera par une présentation des propriétés des fonctions usuelles que l'on établira par des arguments d'équation différentielle : pour l'exponentielle (et les fonctions trigonométriques) cela a été vu en terminale, on obtiendra de même les fonctions de trigonométrie hyperbolique qui seront utilisées (pour le calcul des primitives notamment) en Mat121V.

Pour certaines preuves on utilisera des énoncés clairs qui ne seront montrés que plus tard dans le semestre en Mat121V (comme "une fonction continue sur un intervalle fermé est bornée") ou dans ce cours de Mat122V ("une fonction continue sur un intervalle y admet une primitive").

Cette mise de la charrue avant les bœufs permettra d'une part d'étaler dans les temps de TD les exercices de résolution effective de certaines équations différentielles et d'autre part de revoir et utiliser, tant qu'elle est encore chaude, l'algèbre linéaire réelle traitée⁵ à la fin Mat111V.

¹ donné cette année 2006-2007 par Alexis Marin (alexis.marin@ujf-grenoble.fr), les travaux dirigés étant assurés par Marie-Cécile Darracq et Takuji Kashiwabara.

² donné cette année par Jean-Etienne Rombaldi.

³ donné cette année par Grégoire Charlot.

⁴ comme l'indique son titre.

⁵ voir l'URL <http://perso.orange.fr/rombaldi/Licence/licence.htm>