

Exercice 1.— Mettre les nombres complexes suivants sous la forme $a + ib$, avec $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\frac{2+i}{1+i\sqrt{3}}; \quad ie^{-i\pi/3}; \quad \frac{\sqrt{2}e^{i\pi/3}}{e^{i\pi/12}}$$

Exercice 2.— Calculer $(1 + \sqrt{3}i)^{10}$;

Exercice 3.— Calculer les racines carrées complexes des nombres suivants.

$$-2; \quad 3e^{i\pi/6}; \quad 5 + 12i.$$

Exercice 4.— Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes.

$$(E_1) \quad z^2 - 2z + 2 = 0; \quad (E_2) \quad z^2 + (1 - 3i)z - 2 - 2i = 0; \quad (E_3) \quad (z - 1)^3 = i$$

Exercice 5.— Exprimer $\cos(5x)$ en fonction de $\cos(x)$, en utilisant la formule de Moivre.

Exercice 6.— Linéariser $\sin^3(x)$.

Exercice 7.— Soit n un entier positif et θ un réel. Calculer

$$\sum_{k=0}^n \frac{\cos(k\theta)}{2^k}.$$