

TD 1

Systèmes linéaires

9 septembre 2013

Exercice 1.

Résoudre

$$\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + 12y = 30 \\ 3x + 3y = 9 \end{cases}$$

avec des opérations élémentaires. Pour chacun de ces systèmes, tracer les droites correspondantes dans le plan et retrouver graphiquement les solutions obtenues.

Exercice 2.

Un groupe de pirates fête ses dix ans d'existence avec quelques vikings de la région. Chaque pirate mange pendant la soirée 4 poulets et boit 5 litres de bière. Les vikings ne mangent que 3 poulets, mais boivent 7 litres de bière. En totalité, 65 poulets et 117 bières ont été consommés. Combien de pirates et de vikings étaient présents ?

Exercice 3.

Dans une ferme on élève des lapins et des poulets. Il y a en totalité 27 animaux, et 72 pattes d'animaux. Combien de lapins et combien de poulets sont dans la ferme ?

Exercice 4.

Résoudre avec la méthode du pivot de Gauss

$$\begin{cases} -5x - y + 2z = -20 \\ -2x + 6y + 2z = 2 \\ 4x + 2y - 8z = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} -9x + 9y + 6z = 114 \\ 4x - 7z = -91 \\ -x - 2z = -26 \end{cases}$$

Exercice 5.

Résoudre avec la méthode du pivot de Gauss

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 8 \\ -x + 3y - 4z = -16 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + 3y + 1 = 10 \\ 6x + 3y + 3 = 12 \end{cases}$$

Exercice 6.

Discuter l'existence de solutions de

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 7y = 0 \\ 4x + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 7y = 0 \\ 4x + y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 7y = 0 \\ 4x + 3y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x + 7y = 0 \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$$

Exercice 7.

(Plus difficile) Résoudre en fonction d'un paramètre $t \in \mathbb{R}$ les systèmes suivants (en commençant par le premier et le sixième).

$$\begin{cases} x + 2y = t^2 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} (2t)x + 9y = 21 \\ 8x + ty = 14 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - (t-1)y = 4 \\ (t+2)x + (2t+1)y = t-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y - z = 3 \\ 2x - 3y + 2z = 3 \\ x + 4y + tz = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x - 3y + tz = 29 \\ 70x + 2y + 5z = t \\ 19x + y + 16z = 41 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 2t \\ -x + 2y + z = 4 \\ 4x + y - z = 2 \end{cases}$$