

Dimension Fractale

1) Ensemble de Cantor

$$\begin{aligned} \dim(F) &= \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{\log N_m}{\log(1/\epsilon_m)} \right) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\log 2^m}{\log 3^m} \\ &= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m \log 2}{m \log 3} = \frac{\log 2}{\log 3} \approx 0.63 \end{aligned}$$

2) Fractale A

pour cette fractale, $N_m = 8^m$ et $\epsilon_m = \frac{1}{4^m}$

car à chaque étape on remplace

un segment l par 8 segments de longueur $\frac{1}{4} \cdot l$

cela donne

$$\dim F = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\log 8^m}{\log 4^m} = \frac{\log 8}{\log 4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

3) Fractale B

pour cette fractale, $N_m = 5^m$ et $\epsilon_m = \frac{1}{3^m}$

donc

$$\dim F = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\log 5^m}{\log 3^m} = \frac{\log 5}{\log 3} \approx 1.46$$