

*Examen de langage C:
La comète de Halley*

1 Informations :

La comète de Halley est une énorme boule de roc et de glace qui est en orbite autour du soleil. Sa trajectoire est fortement elliptique d'excentricité : $e = 0.967$.

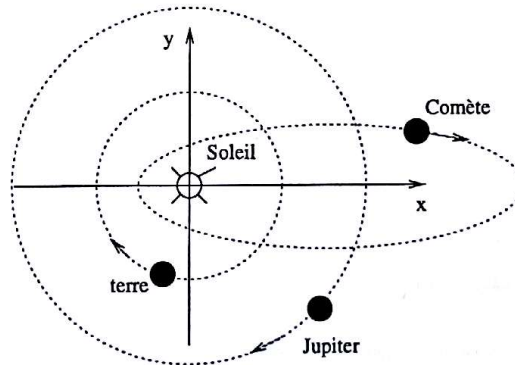
Sa période de révolution est $T = 76.3$ ans. Au plus loin du Soleil, elle va au-delà de l'orbite de Neptune. Au plus près, elle frôle l'orbite de Mercure. A ces moments là, on voit dans le ciel un astre avec un panache brillant.

Les premiers témoignages de son observation datent de l'an -1403 (références : annales de l'extrême orient). Plus récemment, elle a été observée en 1835, 1911 et le 10 février 1986.

Le but du programme que vous allez écrire est de connaître la position de la comète au cours des années à venir, et de la situer dans le plan de l'écliptique, par rapport aux 9 planètes : Mercure, Venus, Terre .. Pluton. L'unité de distance sera l'unité astronomique (U.A.). 1 U.A.=150 000 000 km = distance Terre-Soleil.

Rayons des orbites planétaires :

Planètes	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
Rayon (U.A.)	0.4	0.7	1	1.5	5.2	9.6	19.2	30.1	39.5



1.1 Formules pour la comète :

Pour connaître la position de la comète à une date t , les formules issues de l'équation de Newton sont les suivantes :

A partir de la donnée t : temps écoulé depuis le 10 février 1986 (: dernier passage de la comète près du soleil = périhélie),

1. Résoudre "l'équation de Kepler" : c'est à dire trouver l'angle φ solution de

$$\varphi - e \sin(\varphi) = 2\pi \frac{t}{T}$$

avec l'excentricité $e = 0.967$: excentricité et $T = 76.3$ ans : période. C'est une équation dite transcendante. On ne peut la résoudre qu'avec un calculateur, avec l'algorithme d'itérations suivant par exemple :

Pour $0 < t < T$, on pose

$$\varphi_0 = 2\pi \frac{t}{T}$$

et on itère un certain nombre de fois la récurrence :

$$\varphi_{n+1} = 2\pi \frac{t}{T} + e \sin(\varphi_n)$$

jusqu'à atteindre la convergence (100 itérations pourront suffire).

2. On cherche ensuite les coordonnées polaires de la comète (r, θ) dans le plan de l'écliptique :

$$r = a(1 - e \cos(\varphi))$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \left(\frac{\varphi}{2} \right)$$

avec $a = 19$ U.A. : demi grand axe de la comète.

(Remarques : la fonction arctangente est `atan()`, et il faut mettre l'entête `#include <math.h >`. Le nombre π s'obtient par `2*asin(1)`).

2 Etapes du travail de programmation demandé

1. Ecrire une fonction `Kepler()` qui prend comme paramètre d'entrée le temps t écoulé, et qui renvoie l'angle φ solution de l'équation de Kepler.
2. Ecrire une fonction `Position()` qui calcule la position (r, θ) de la comète par rapport au soleil, à une date donnée. En paramètre d'entrée : la date t . En paramètres de sortie, la position (r, θ) . (Cette fonction appellera la fonction `Kepler`). (N'hésitez pas à utiliser des pointeurs sur r, θ)
3. Compléter le programme en demandant à l'utilisateur une date t , et en affichant à l'écran la position (r, θ) de la comète. Vérifier que le programme marche.
4. Définir un tableau `rayons[]` (de `double`) contenant les rayons des orbites des 9 planètes du système solaire, et un tableau `noms[]` (de chaînes de caractères) contenant le nom des 9 planètes du système solaire.
5. Créer une fonction `planete()` qui en entrée prend une valeur r quelconque, et qui affiche le nom de la planète dont le rayon de l'orbite est le plus proche de cette valeur r .
6. Compléter le programme, en affichant le nom de la planète dont l'orbite est la plus proche de la comète à la date t .
7. Rajouter une fonction `Ephemeride()` qui crée un fichier de type texte appelé "`comete.txt`", contenant sous forme de 3 colonnes, pour chaque année, la date t , la position r de la comète, et le nom de la planète d'orbite la plus proche.
8. Supplément : Demander à l'utilisateur une date sous la forme : JJ,MM,AAAA dans une chaîne de caractères. Ecrire une procédure qui convertit cette date en temps écoulé depuis le 10 fév 1986, et utiliser aussi ce format dans le fichier `comete.txt`.

Solution : $t = 15$
 $\varphi = 2,0796$
 $r = 18,27$
 $\theta = 2,98$

Informations :

La comète de Halley est une énorme boule de roc et de glace qui est en orbite autour du soleil. Sa trajectoire est fortement elliptique :

excentricité : $e = 0.967$

Sa période de révolution est $T = 76,3$ ans.

Au plus loin du Soleil, elle va au-delà de l'orbite de Neptune.

Au plus près, elle frôle l'orbite de Mercure. A ces moments là, on voit dans le ciel un astre avec un panache brillant.

Les premiers témoignages de son observation datent de l'an -1403 (réf : annales de l'extrême orient). Plus récemment, elle a été observée en 1835, 1911 et le 10 février 1986.

Le but du programme que vous allez écrire est de connaître la position de la comète au cours des années à venir, et de la situer dans le plan de l'écliptique, par rapport aux 9 planètes : Mercure, Venus, Terre .. Pluton. L'unité de distance sera l'unité astronomique (U.A).

1 U.A.=150 000 000 km = distance Terre-Soleil

Formules pour la comète:

Pour connaître la position de la comète à une date t , les formules issues de l'équation de Newton sont les suivantes :

donnée : t = temps écoulé depuis le 10 février 1986
(: dernier passage près du soleil = périhélie)

a) Résoudre "l'équation de Kepler" :
c'est à dire trouver l'angle α solution de

$$\alpha - e \sin(\alpha) = 2 \pi t / T$$

avec $e = 0.967$: excentricité
 $T = 76.3$ ans : période

b) Chercher les coordonnées polaires de la comète (r, θ) dans le plan de l'écliptique :

$$r = a (1 - e \cos(\alpha))$$
$$\tan(\theta/2) = \sqrt{(1+e)/(1-e)} * \tan(\alpha/2)$$

avec $a=19$ U.A. : demi grand axe de la comète

c) En déduire les coordonnées cartésiennes (x,y) :
 $x=r \cos(\theta)$
 $y=r \sin(\theta)$

Etapes du travail demandé

1) On tracera à l'écran l'orbite des différentes planètes du système solaire. Ce seront des cercles concentriques de rayons :

Mercure : 0.4 UA
Venus : 0.7 UA
Terre : 1 UA
Mars : 1.5 UA

Jupiter : 5.2 UA
Saturne : 9.6 UA
Uranus : 19.2 UA
Neptune : 30.1 UA

Pluton : 39.5 UA

(à vous de choisir une échelle de représentation)

On mettra au préalable les rayons ci dessus dans un tableau.

- 2) On écrira une procédure KEPLER qui résout l'équation de Kepler ci-dessus.
en entrée : le temps écoulé t
en sortie : l'angle α .

C'est une équation dite transcendante. On ne peut la résoudre qu'avec un calculateur, avec l' algorithme d'itérations suivant par exemple :

pour $0 < t < T$, on pose $\alpha_0 = 2 \pi t / T$.

et on itère un certain nombre de fois la récurrence :

$$\alpha_{n+1} = 2 \pi t / T + e \sin(\alpha_n)$$

jusqu'à atteindre la convergence (elle converge mal pour t proche de 0.

100 itérations pourront suffir).

- 3) On écrira une procédure POSITION qui calcule la position (x,y) de la comète par rapport au soleil, à une date donnée.

entrée : date t

sortie : position x,y en U.A.

cette procedure appellera la procedure KEPLER.

- 4) Dans le programme principal, on utilisera la procédure POSITION pour dessiner la position de la comète chaque année (1987 1988 ...)
par rapport aux orbites des planètes.

-Observer graphiquement la loi des aires.

-Question : près de quelle orbite de planète se trouve actuellement la comète ?

- 5) (Suppléments dessert au choix (et/ou))

a) " animer" la position de la comète.

b) - Demander à l'utilisateur une date sous la forme :

JJ,MM,AAAA dans une chaîne de caractères.

- Ecrire une procédure qui convertit cette date en temps écoulé depuis le 10 fév 1986.

- Afficher la position de la comète à cette date.

c) utiliser un meilleur algorithme pour résoudre l'équation de Kepler : résoudre par dichotomie.

Bonne réflexion,

n'hésitez pas à nous appeler (le 18).