

Cycle de Carnot

Solutions.

① On a vu (TD 2) que l'entropie d'un gaz parfait est $S(E, V) = k_B \ln(C_N V^N E^{3N/2})$,

$$\text{Or } \frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}, \quad \frac{P}{T} = \frac{\partial S}{\partial V}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{T} = k_B \frac{3N}{2} \frac{1}{E}, \quad \frac{P}{T} = k_B N \frac{1}{V}$$

$$\Leftrightarrow \frac{E}{N} = \frac{3}{2} k_B T, \quad PV = N k_B T$$

② $\delta Q = T dS = T \left(\frac{1}{T} dE + \frac{P}{T} dV \right) = dE + P dV$

$$\delta Q + \delta W = dE + P dV - P dV = dE$$

$$d(\delta Q) = \left(\frac{\partial P}{\partial E} \right)_N dE \wedge dV, \quad \text{or } P(E, V) = \frac{N k_B T}{V} = \frac{N 2E}{V 3N} = \frac{2E}{3V}$$

$$d(\delta Q) = \frac{2}{3V} dE \wedge dV \neq 0 \quad \text{donc } \delta Q \text{ n'est pas fermée.}$$

$$d(\delta W) = d(dE - \delta Q) = -d\delta Q \neq 0$$

donc δW n'est pas fermée.

③ On a $E = \frac{3}{2} N k T$

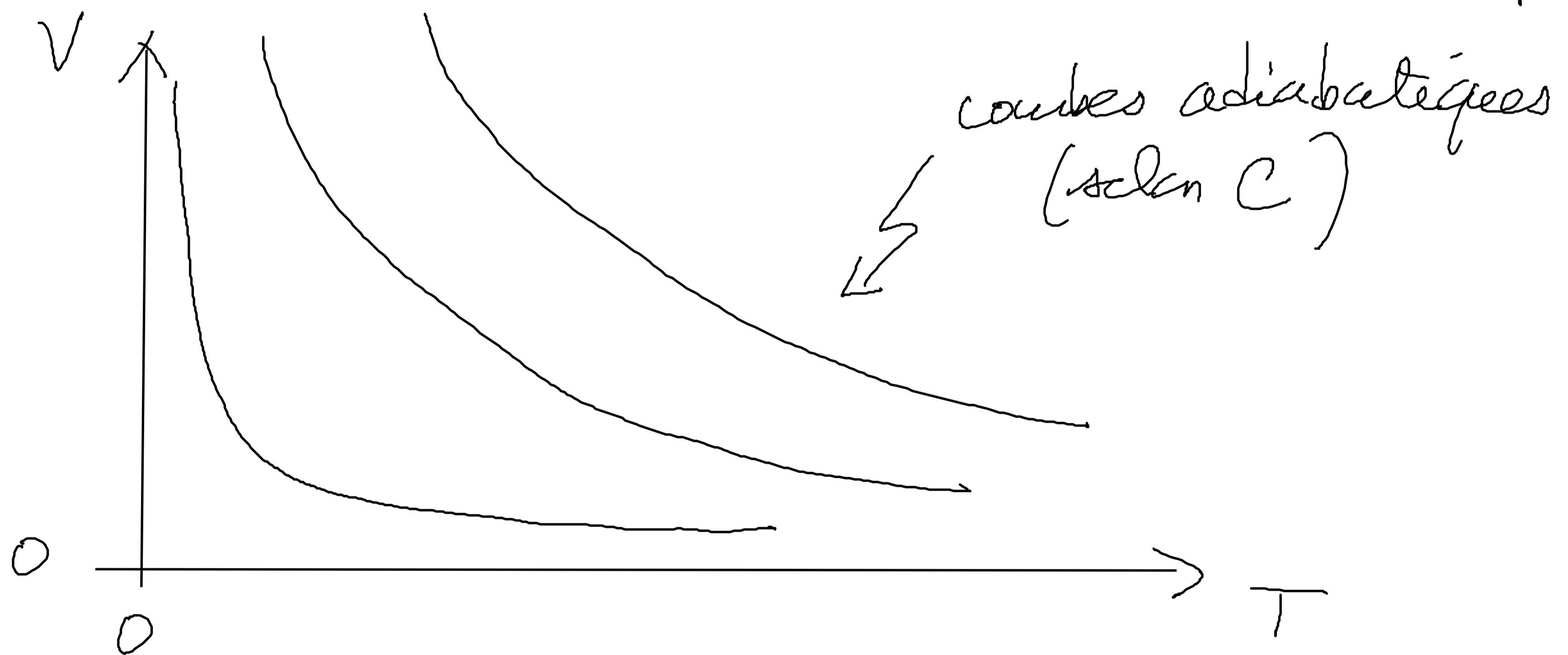
$$\begin{aligned} \text{donc } S(T, V) &= k \ln \left(C_N V^N E^{3N/2} \right) \\ &= k \ln \left(C_N V^N \left(\frac{3}{2} N k \right)^{3N/2} T^{3N/2} \right) \\ &= k \ln \left(C'_N \left(V T^{3/2} \right)^N \right) \end{aligned}$$

avec C'_N indépendant de V, E .

Une transformation est adiabatique si S est

$$\text{conservé} \Leftrightarrow V T^{3/2} = \text{cte}$$

$$\Leftrightarrow V = C T^{-3/2} \quad : \text{ "courbe adiabatique" }$$



④ Sur la courbe de détente adiabatique $B \rightarrow C$

$$\text{on a } V_B T_B^{3/2} = V_C T_C^{3/2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_B}{V_C} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{3/2}$$

De