

Loi de Planck

① L'équation d'onde du champ électromagnétique
(onde classique)

$$\text{est } \partial_t^2 \vec{E} - c^2 \Delta \vec{E} = 0,$$

$$\Delta \vec{E} = \partial_{x_1}^2 \vec{E} + \partial_{x_2}^2 \vec{E} + \partial_{x_3}^2 \vec{E}$$

Si onde plane $\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{x})}$

cela donne $-\omega^2 + c^2(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2) = 0$

$$\Leftrightarrow |\omega| = c |\vec{k}| \quad : \text{ "relation de dispersion" }$$

Cela donne en fait
la fonction

Hamiltonien
ou énergie

$$\omega(\vec{x}, \vec{k}) = c |\vec{k}|$$

sur l'espace des phases $(\vec{x}, \vec{k}) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$

② D'après la quantification du champ
électromagnétique, un mode précédent de fréquence ω
(ex: une onde plane polarisée)

est en fait décrit par des états quantiques

$\psi_{\omega, N}$, où $N \in \mathbb{N}$ est le nombre de photons.

L'énergie de l'état $\psi_{\omega, N}$ est $E_{\omega, N} = \hbar\omega(N + \frac{1}{2})$

ainsi ajouter un photon, augmente l'énergie de $\hbar\omega$
 $= h\nu$

• le nombre $N \geq 0$ est arbitraire et caractérise l'état.

C'est la définition même des Bosons.

D'après la loi de Boltzmann,

l'état $\varphi_{\omega, n}$ apparaît avec la probabilité

$$P(\varphi_{\omega, n}) = \frac{1}{Z}$$