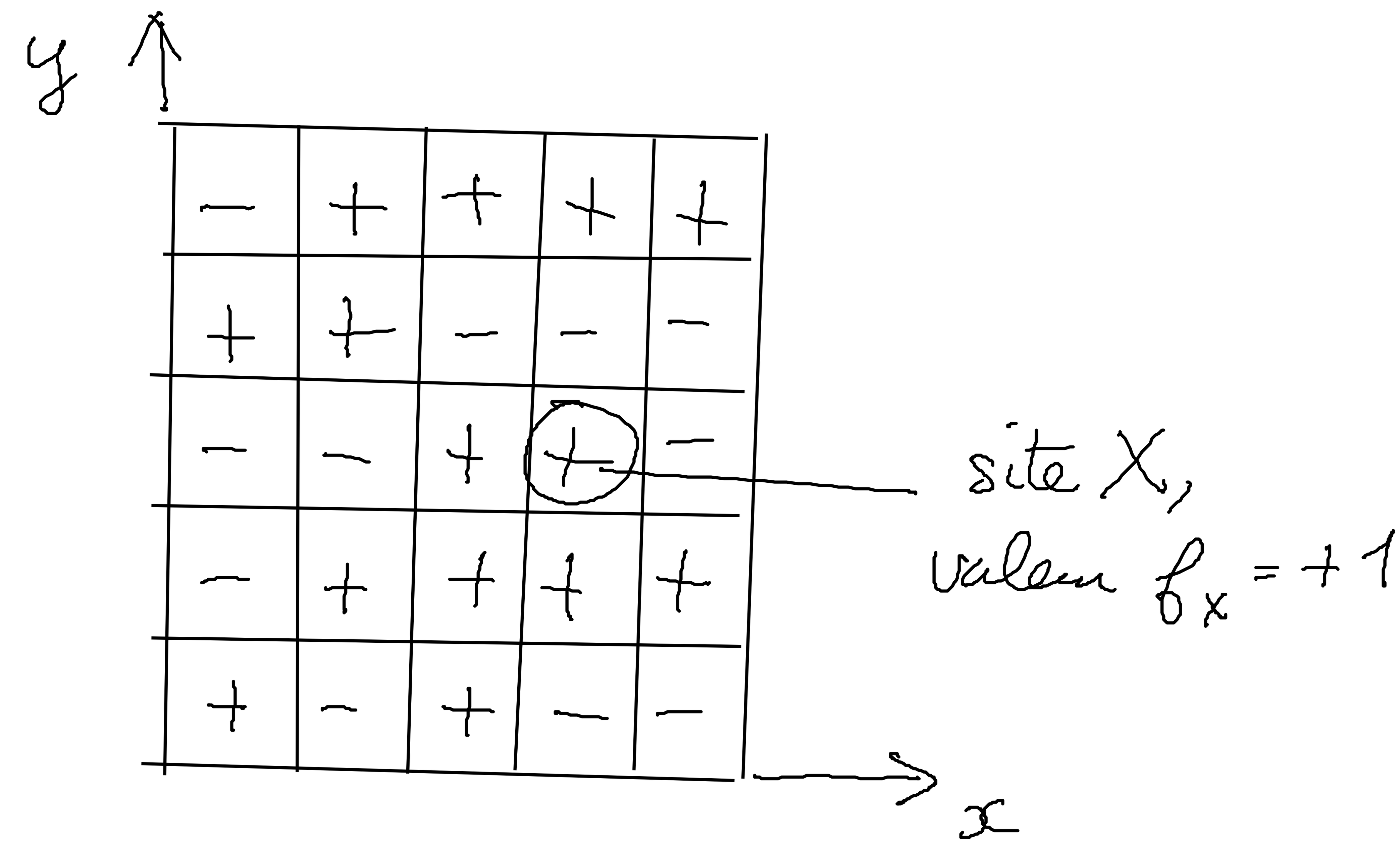
Méthode de Monte Carlo pour le modèle d'Ising

ex : $N = 5$



Configuration σ

(1) il y a N^2 sites, et 2 valeurs ± 1 par site,
donc 2^{N^2} configurations possibles.

ex : $N = 5$, donne $2^{5^2} = 2^{25} = 33.10^6$ configurations.

Si $B = 0$, $E(\sigma) = \sum_X \sum_{Y \sim X} (-\sigma_X \sigma_Y)$

or $(-\sigma_X \sigma_Y)$ est minimal si $\sigma_X = \sigma_Y = \pm 1$ donnant

$$E(\sigma) = N^2 \cdot 4\ (-1) = -4N^2$$

4 voisins par site

pour 2 configurations : $\sigma_X = -1, \forall X$ et $\sigma_X = +1, \forall X$.

```
++++        ----
++++   ou   ----
++++        ----
++++        ----
```

(2) Soit σ une configuration quelconque,

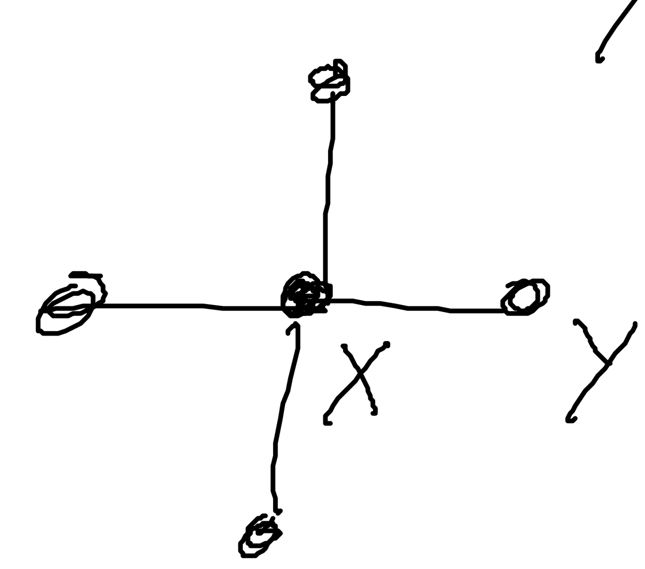
et $X \in \Lambda$ un site,

$$\sigma' : \text{configuration tq} \begin{cases} \sigma'_Y = \sigma_Y & \text{si } Y \neq X \\ \sigma'_X = -\sigma_X \end{cases}$$

donc $\sigma'_X \sigma'_Y = -\sigma_X \sigma_Y$: si $Y \neq X$
$Y \sim X$

cela concerne 4 arêtes :

notées $\mathcal{A}$



or $$E(\sigma) = 2 \cdot \sum_{\text{arêtes } (X' \sim Y')} -(\sigma_{X'}\sigma_{Y'}) + \sum_{X'} B \sigma_{X'}$$

car chaque arête comptée 2 fois.

$$= 2 \cdot \sum_{\text{arêtes} \notin \mathcal{A}} -(\sigma_{X'}\sigma_{Y'}) + \left(\sum_{X' \neq X} B \sigma_{X'}\right)$$

$$+ 2 \cdot \sum_{Y \sim X} -(\sigma_X \sigma_Y)$$