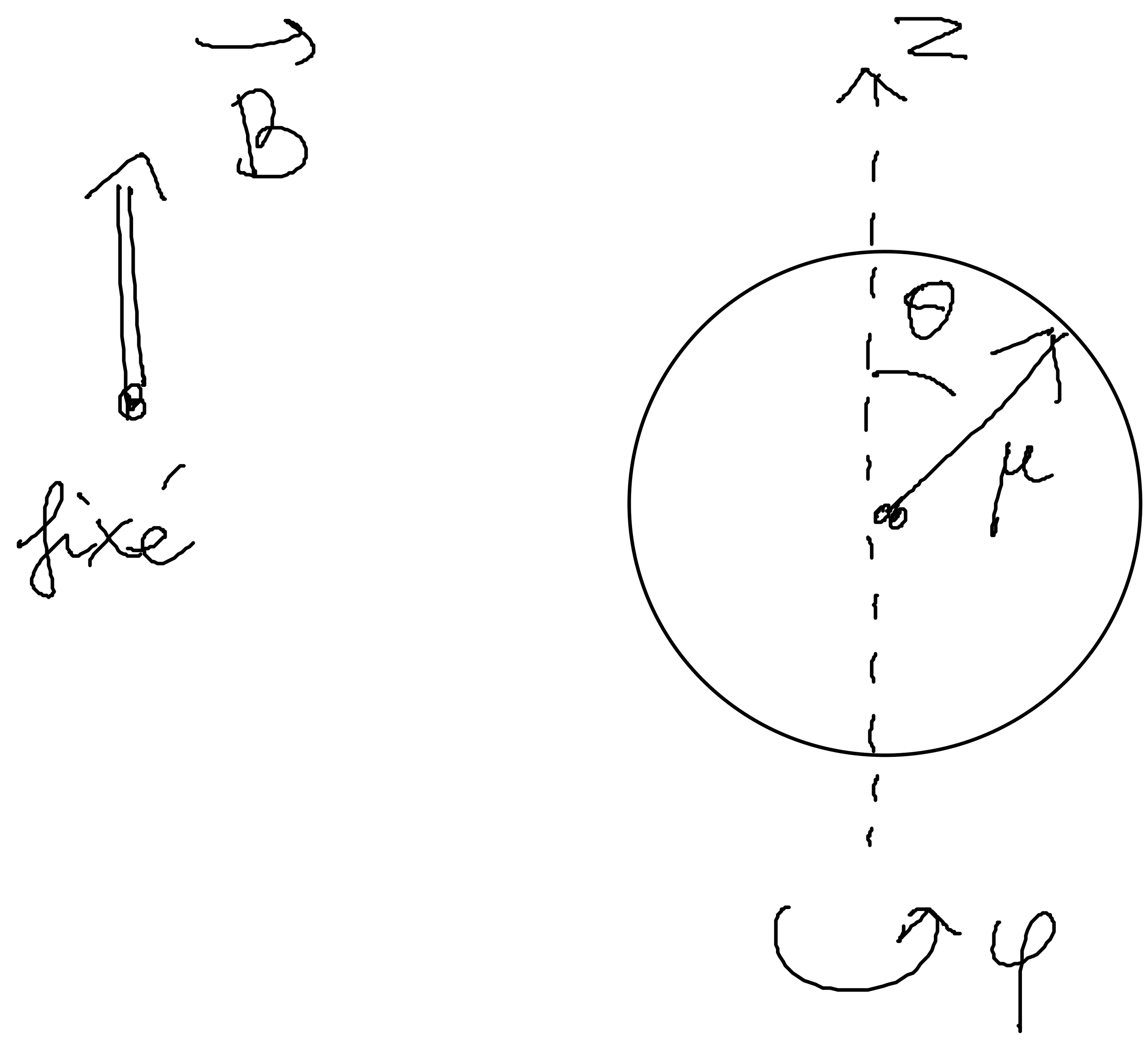
Modèle de magnétisme de Langevin



$\vec{M}$ aléatoire sur une sphère de rayon μ

$$E = -\mu B \cos\theta$$

① On utilise la mesure $(\sin\theta \, d\theta \, d\varphi) = dm$ en coordonnées sphériques (θ, φ) sur la sphère

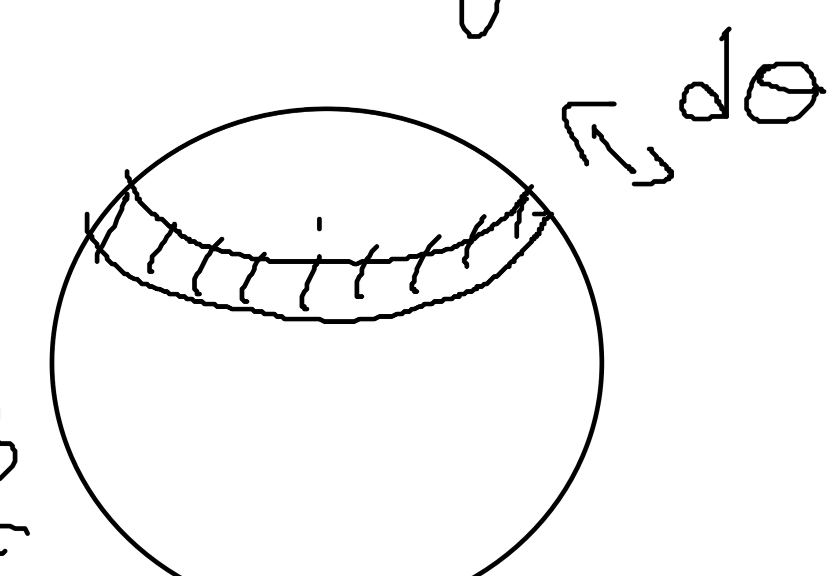
Loi de Boltzman : $$P_m \, dm = \frac{1}{Z} e^{-\frac{E_m}{kT}} dm$$

$$= \frac{1}{Z} e^{\frac{\mu B \cos\theta}{kT}} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

Donc la loi induite sur θ est :

$$P(\theta) d\theta = \left(\int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{1}{Z} e^{-\frac{E}{kT}} \sin\theta \quad d\varphi \right) d\theta$$

avec θ fixé

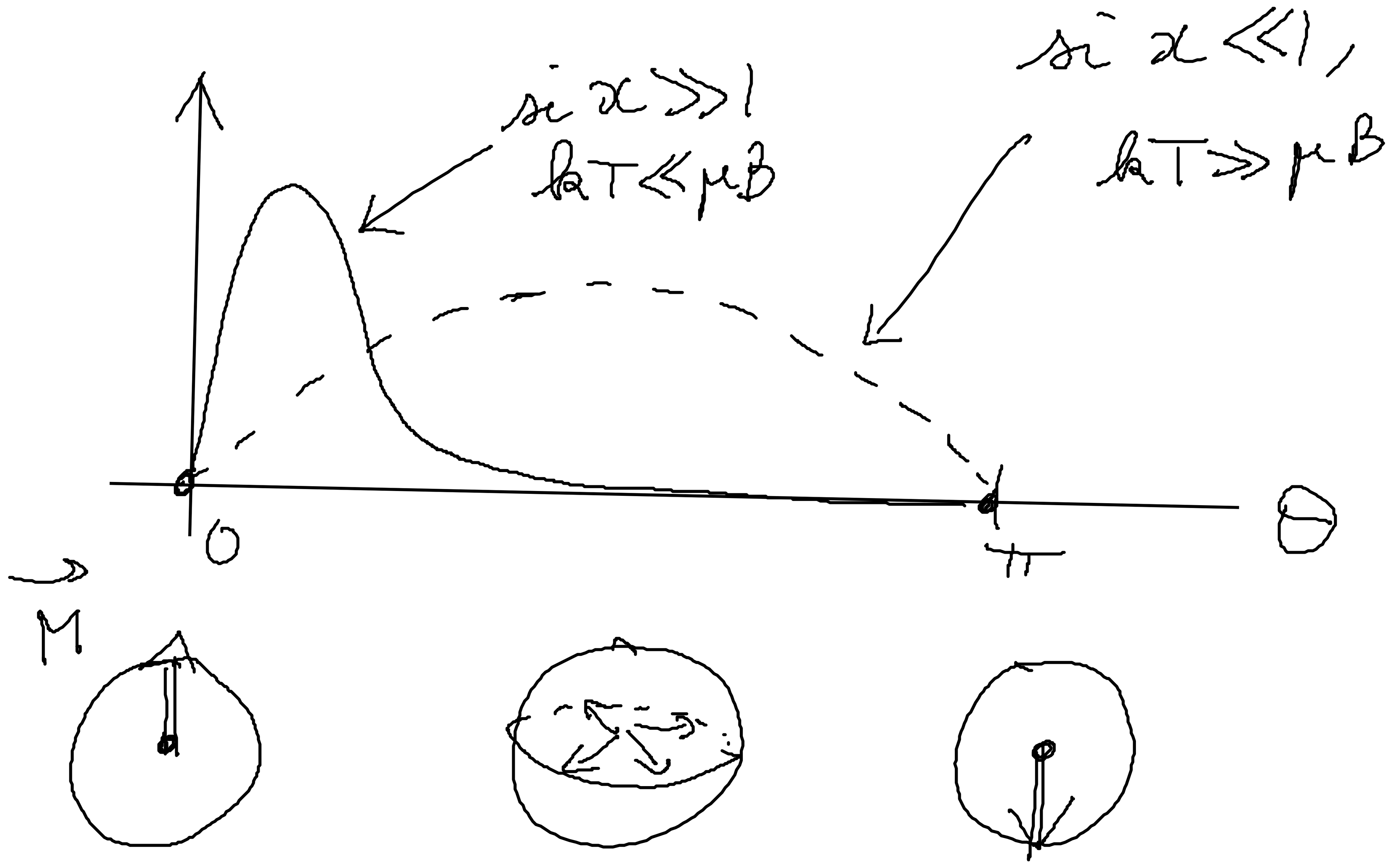


$$= \frac{2\pi}{Z} e^{x\cos\theta} \sin\theta \, d\theta \quad \text{avec } x = \frac{\mu B}{kT}$$

On a

$$\int P(\theta)\,d\theta = 1 \iff \frac{Z}{2\pi} = \int_0^{\pi} e^{x\cos\theta}\sin\theta\,d\theta$$
$$= \int_{-1}^{1} e^{xu}\,du\,,\quad u=\cos\theta$$
$$= \frac{1}{x}\left[e^{xu}\right]_{-1}^{1} = \frac{e^{x}-e^{-x}}{x}.$$

$$P(\theta) = \frac{2\pi}{Z}\, e^{x\cos\theta}\sin\theta$$



• remarquer que la limite $T \to 0$, ie $x \to 0$ est singulière. Dans ce cas la mesure de probabilité tend vers une mesure de probabilité <u>de Dirac</u> en $\theta = 0$, cad aimantation parallèle à $\vec{B}$.