



$$n(E) = \frac{\text{Vol}(\{q, p, H(q, p) \leq E\})}{2\pi \hbar} = \frac{L (2 p_{\max})}{2\pi \hbar}$$

$$= \frac{L 2 (2mE)^{1/2}}{2\pi \hbar}$$

inversement

$$E_n = \left(\frac{2\pi \hbar n}{2L} \right)^2 \frac{1}{2m} = \frac{m^2 \pi^2 \hbar^2}{L^2 2m}$$

$$= E_n^{\text{exact}} \quad \text{si } n \geq 1.$$

L'exactitude est une coïncidence.

densité d'états $g(E) = \frac{dn}{dE} = \frac{C}{E^{1/2}}$



où C ne dépend pas de E.

② Pour une particule libre dans un volume V
à 3 dimensions,

$$E = H(q, p) = \frac{\|\vec{p}\|^2}{2m}$$

$$\Leftrightarrow p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = (2mE) \quad \text{avec } \vec{p} = (p_1, p_2, p_3)$$

: équation d'une sphère
de rayon $R = \sqrt{2mE}$

D'après la formule de Weyl,

$$n(E) = \frac{\text{Vol}(q, p \text{ tq } H(q, p) \leq E)}{(2\pi\hbar)^3} \quad \leftarrow \text{car } q \in \mathbb{R}^3$$

$$= \frac{V \cdot \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{V(mE)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3}$$

Inversement $E_n = \frac{\pi^2}{V}$