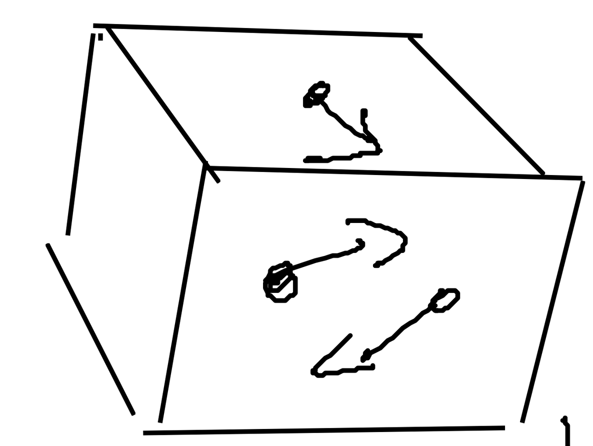
N particules libres dans une boîte. Gaz parfait

(1) N particules libres indépendantes indiscernables, dans un volume V.



V

positions $q = (\underbrace{q_1^{(1)}, q_2^{(1)}, q_3^{(1)}}_{\text{particule } 1}, \dots, \underbrace{q_1^{(N)}, q_2^{(N)}, q_3^{(N)}}_{\text{particule } N})$

$$\in \mathbb{R}^{3N}$$

impulsions $p = (p_1^{(1)}, p_2^{(1)}, p_3^{(1)}, \dots) \in \mathbb{R}^{3N}$

donc $(q,p) \in \mathbb{R}^{6N}$: espace des phases.

énergie :

$$E = H(q,p) = \sum_{j=1}^{N} \frac{\|\vec{p}^{(j)}\|^2}{2m}$$

avec $\vec{p}^{(j)} = (p_1^{(j)}, p_2^{(j)}, p_3^{(j)})$

$$\Longleftrightarrow \left(p_1^{(1)}\right)^2 + \left(p_2^{(1)}\right)^2 + \dots + \left(p_3^{(N)}\right)^2 = (2mE)$$

: équation d'une sphère, rayon $(2mE)^{1/2} = R$ dans $\mathbb{R}^{3N}$

②

$$n(E) = \frac{Vol\left(\{(q,p) \text{ tq } H(q,p) \leq E\}\right)}{N! \ (2\pi\hbar)^{3N}}$$

$$= \frac{V^N . C_{3N} R^{3N}}{N! \ (2\pi\hbar)^{3N}}$$

$$= \frac{V^N C_{3N} (2mE)^{\frac{3N}{2}}}{N! \ (2\pi\hbar)^{3N}} = C_N V^N E^{\frac{3N}{2}}$$

avec constante C_N indépendante de E, V

- Le facteur $N!$ est le nombre de permutations des états des N particules, car on a supposé qu'elles sont indiscernables.

(3)

$$:= k \ln (E)$$

$$= k \left(\qquad + N \ln V + \frac{3N}{2} \right.$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} =$$

$$\Longleftrightarrow \quad \frac{E}{N} = 3 (1$$