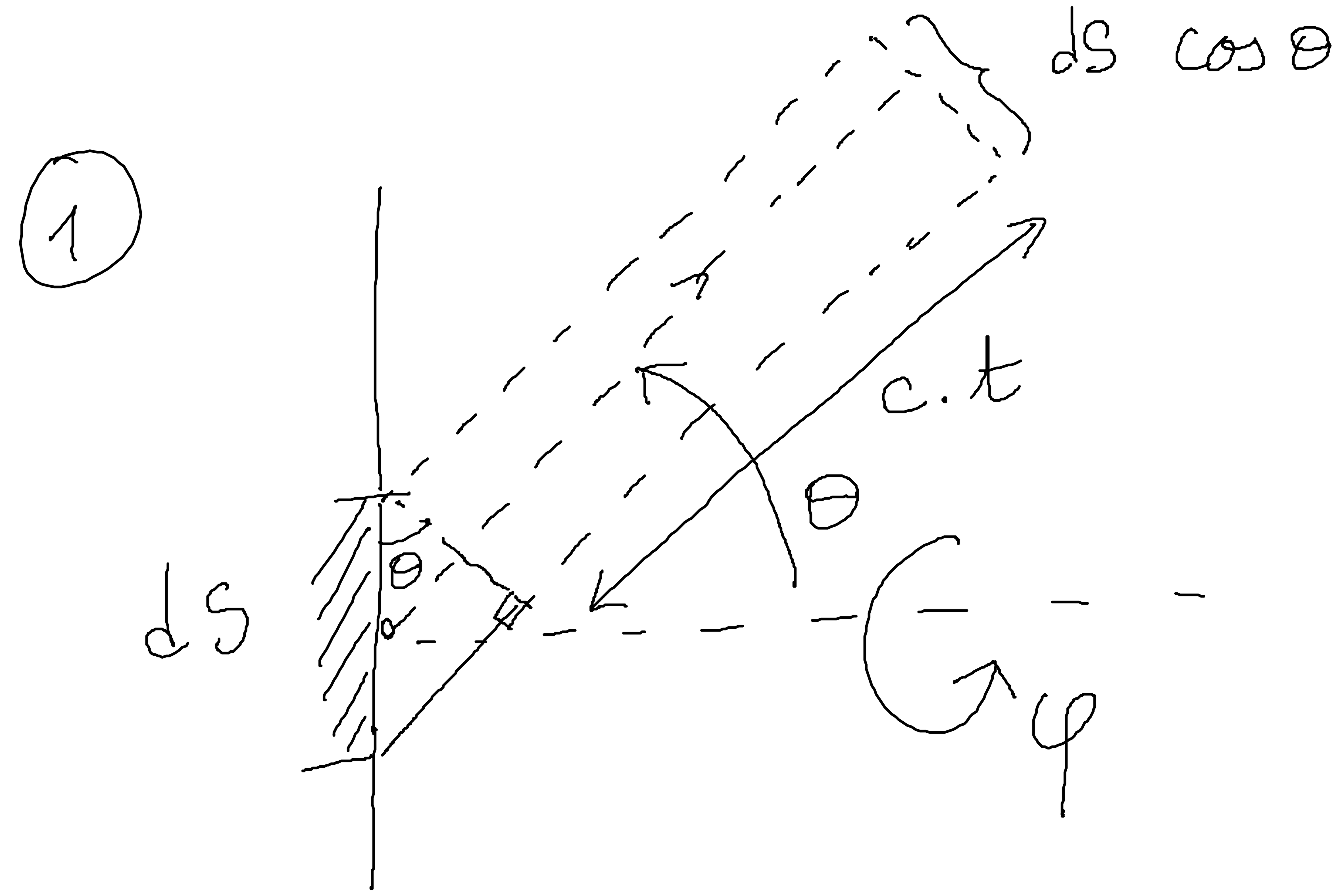
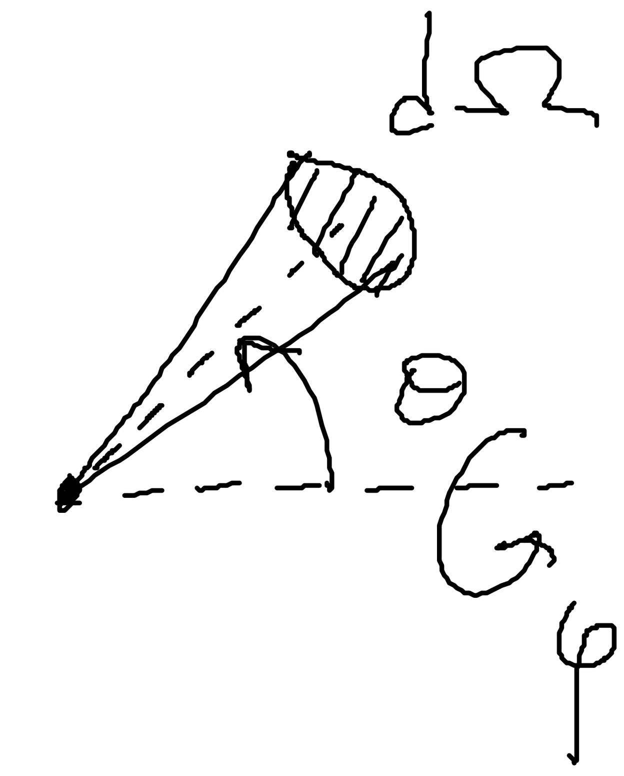
Rayonnement du Soleil





<u>Loi de Planck :</u> $$u(\omega)\,d\omega = \frac{\hbar\,\omega^3\,d\omega}{\pi^2 c^3 \left(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1\right)}$$

. Soit $\omega > 0$, surface dS,

direction (θ, φ) en coordonnées sphériques.

la puissance rayonnée (énergie / sec.) est

$$P\,.\,d\omega\,.\,dS = \int \underbrace{u(\omega)\,d\omega}_{\text{énergie/vol}} \cdot \underbrace{(dS.\cos\theta\,.\,c)}_{\text{vol/sec.}} \cdot \underbrace{\left(\frac{d\Omega}{4\pi}\right)}_{\text{ouverture d'angle solide}}$$

avec $d\Omega = \sin\theta\,d\theta\,d\varphi$

donc sur le $\frac{1}{2}$ espace : $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, $0 < \varphi < 2\pi$,

$$P\,d\omega\,dS = u(\omega)\,d\omega \cdot \frac{dS\,c}{4\pi}\,2\pi \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta\,d\theta$$

avec

$$\int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta\,d\theta = \int_0^1 \sin\theta\,d\sin\theta = \int_0^1 x\,dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$P\,d\omega\,dS = u(\omega)\,d\omega\,\frac{dS\,c}{4}$$

(2) La puissance rayonnée par le soleil est

$$P_s = \int_{\omega=0}^{\infty} P\,d\omega \cdot S$$

surface $S = 4\pi R_s^2$

$$= 4\pi R_s^2 \int_0^{\infty} u(\omega)\,d\omega\,\frac{c}{4}$$

$$= \frac{\pi R_s^2 \hbar c}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \frac{\omega^3}{\left(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1\right)}\,d\omega$$

Posons $x = \frac{\hbar \omega}{kT} \iff \omega = \frac{kTx}{\hbar}$

donc

$$P_s = \frac{c^2 R_s^2 \hbar (kT)^4}{\pi c^4 \hbar^4} \underbrace{\left(\int_0^\infty \frac{x^3 \, dx}{e^x - 1} \right)}_{\frac{\pi^4}{15}}$$

$$= \frac{\pi^3 R_s^2 (kT)^4}{15 c^2 \hbar^3}$$

donc une masse par seconde (d'après $E = mc^2$)

$$m = \frac{P_s}{c^2} = \frac{\pi^3 \cdot (0,7 \cdot 10^9)^2 (1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 6000)^4}{15 \cdot (3 \cdot 10^8)^4 \left(\frac{1}{2\pi} 6,62 \cdot 10^{-34}\right)^3}$$

$$= 5 \cdot 10^9 \text{ kg/s.}$$

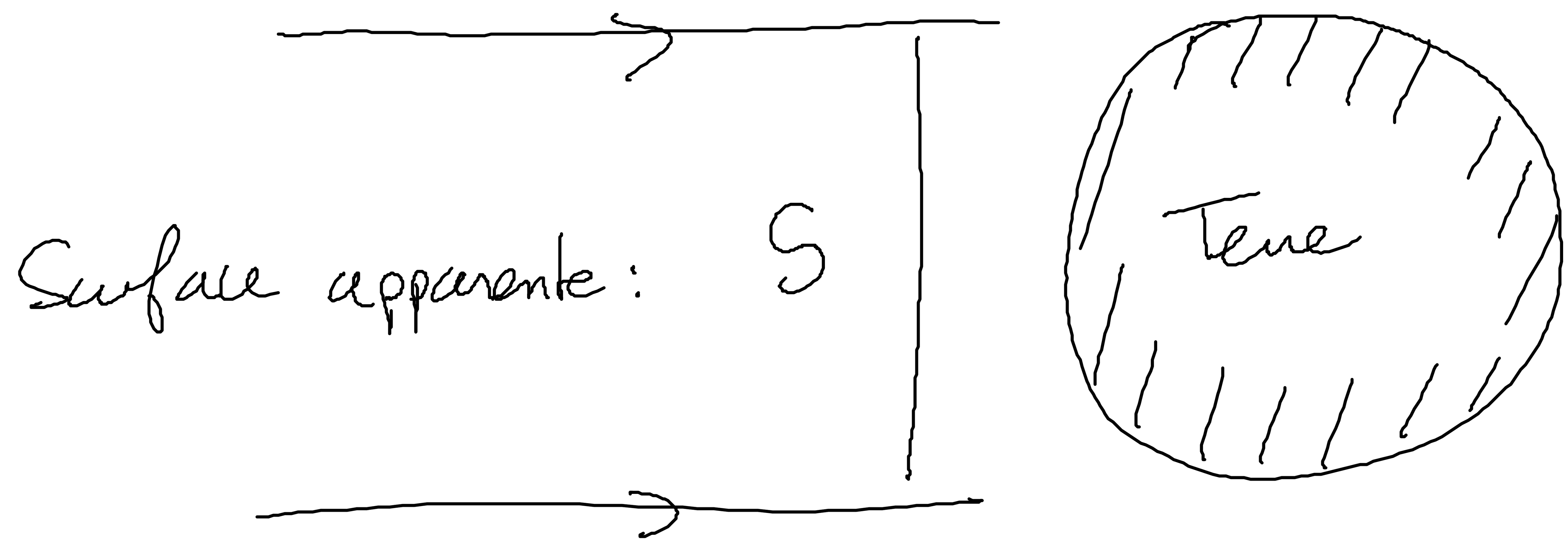
Il perdra toute sa masse après la durée T :

$$T = \frac{M_s}{m} = \frac{2 \cdot 10^{30}}{5 \cdot 10^9} \text{ s} = 4 \cdot 10^{20} \text{ s}$$

$$= 13\,000 \cdot 10^9 \text{ ans}$$

il va s'éteindre avant. ($5 \cdot 10^9$ ans)

3



on note T_T la température de la Terre,

- on suppose que la Terre est un corps noir de température T_T, donc elle rayonne la puissance :

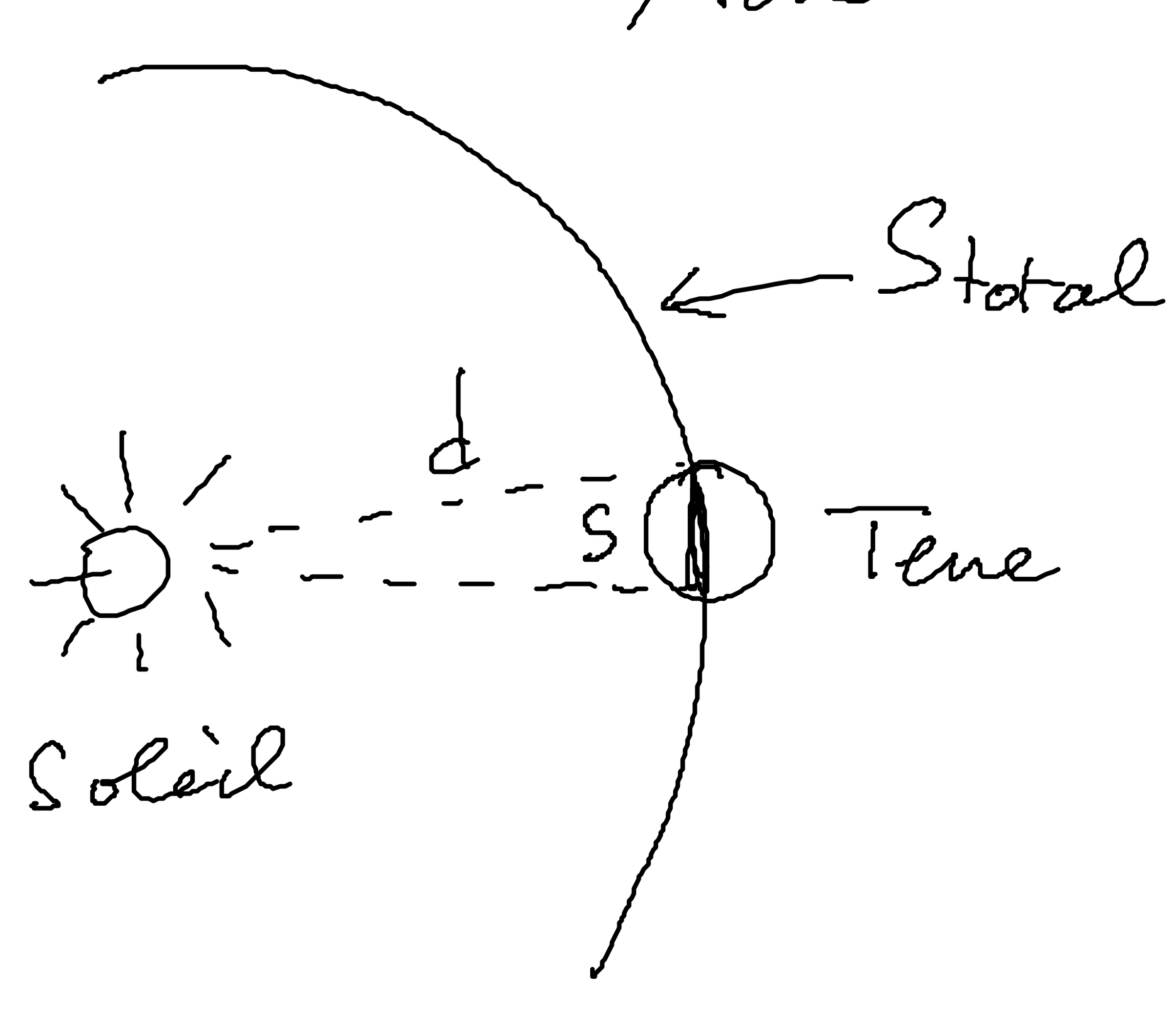
$$P^+_{\text{Terre}} = \frac{\pi^3 \; R_T^2 \, (k T_T)^4}{15 \, c^2 \, \hbar^3}$$

- Or la Terre reçoit une puissance de la part du Soleil qui est

$$P_{\text{soleil/Terre}} = P_s \cdot \frac{S}{S_{\text{total}}}$$

S : surface apparente

S_{total} : surface de la sphère à l'orbite de la Terre



avec $\begin{cases} S = \pi R_T^2 \\ S_{tot} = 4\pi d^2 \end{cases}$

à l'équilibre:

$$\boxed{P^{+}_{Terre} = P_{soleil/Terre}}$$

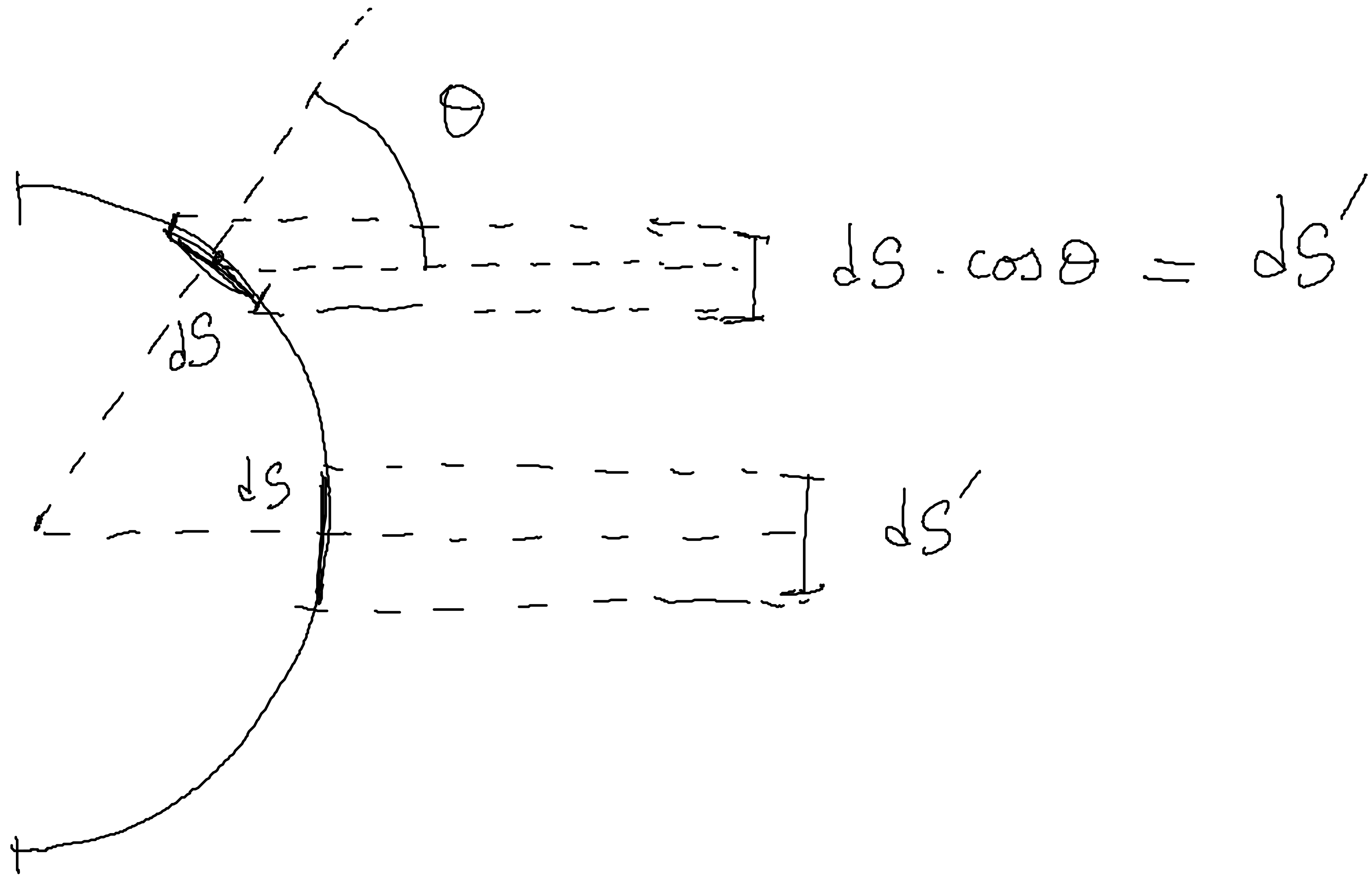
$$\Longleftrightarrow \quad \frac{\pi^3 R_T^2 (k T_T)^4}{15 c^2 \hbar^3} = \frac{\pi^3 R_S^2 (kT)^4}{15 c^2 \hbar^3} \cdot \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2}$$

$$\Longleftrightarrow \quad T_T = \left(\frac{R_S}{2d}\right)^{1/2} . T$$

$$= \left(\frac{0,7 \cdot 10^6}{2 \cdot 1,5 \cdot 10^8}\right)^{1/2} \cdot 6000 = 290\ K$$

$$= 17\ C^{\circ}$$

(4)



En (1),

On a vu que la puissance rayonnée depuis un élément de surface dS, $\Longleftrightarrow$ surface apparente $dS' = dS \cdot \cos\theta$

est :

$$P \cdot \frac{d\omega \cdot dS}{d\Omega} = \underbrace{u(\omega)\, d\omega}_{\text{énergie/vol}} \cdot \Big(\underbrace{dS \cdot \cos\theta \cdot c}_{\text{vol/sec.}}\Big) \cdot \underbrace{\left(\frac{d\Omega}{4\pi}\right)}_{\text{ouverture d'angle solide}}$$

$$= u(\omega)\, d\omega \quad dS' \cdot c \ \frac{d\Omega}{4\pi}$$

qui est indépendant de (θ, φ), point sur le disque.

Donc le disque solaire apparaît d'intensité uniforme.