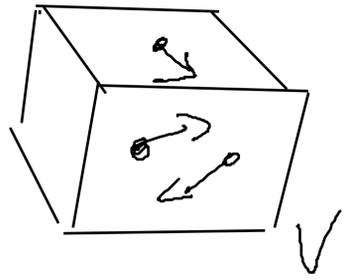


N particules libres dans une boîte. Gaz parfait

① N particules libres indépendantes
indiscernables, dans un volume V.



positions $q = \left(\underbrace{q_1^{(1)}, q_2^{(1)}, q_3^{(1)}}_{\text{particule 1}}, \dots, \underbrace{q_1^{(N)}, q_2^{(N)}, q_3^{(N)}}_{\text{particule N}} \right)$
 $\in \mathbb{R}^{3N}$

impulsions $p = \left(p_1^{(1)}, p_2^{(1)}, p_3^{(1)}, \dots \right) \in \mathbb{R}^{3N}$
 donc $(q, p) \in \mathbb{R}^{6N}$: espace des phases.

énergie :

$$E = H(q, p) = \sum_{j=1}^N \frac{\|\vec{p}^{(j)}\|^2}{2m}$$

avec $\vec{p}^{(j)} = \left(p_1^{(j)}, p_2^{(j)}, p_3^{(j)} \right)$

$$\Leftrightarrow \left(p_1^{(1)} \right)^2 + \left(p_2^{(1)} \right)^2 + \dots + \left(p_3^{(N)} \right)^2 = (2mE)$$

= équation d'une sphère, rayon $(2mE)^{1/2} = R$
 dans \mathbb{R}^{3N}

②

$$\begin{aligned} n(E) &= \frac{\text{Vol}(\{(q,p) \text{ tq } H(q,p) \leq E\})}{N! (2\pi h)^{3N}} \\ &= \frac{V^N \cdot C_{3N} R^{3N}}{N! (2\pi h)^{3N}} \\ &= \frac{V^N C_{3N} (2mE)^{\frac{3N}{2}}}{N! (2\pi h)^{3N}} = C_N V^N E^{\frac{3N}{2}} \end{aligned}$$

avec constante C_N indépendante de E, V

- Le facteur $N!$ est le nombre de permutations des états des N particules, car on a supposé qu'elles sont indiscernables.

③

$$:= k \ln(E)$$

$$= k \left(\quad + N \ln V + \frac{3N}{2} \right)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} =$$

$$\Leftrightarrow \frac{E}{N} = 3 \left(\frac{1}{2} \right)$$