
De l'acoustique à la musique

Frédéric Faure

Université Grenoble Alpes, France

frederic.faure@univ-grenoble-alpes.fr

pour Licence de Physique et Musicologie

(version : 22 janvier 2023)

Introduction

Video de cette section.

Ce cours est destiné à des étudiants de musicologie et de physique, c'est à dire ayant des bases de musique, de physique et de mathématiques.

L'objectif du cours est de mettre en valeur les phénomènes physiques et mathématiques qui sont présents dans les pratiques musicales.

Dans la version électronique de ce document (pdf), les couleurs sur le texte sont souvent des liens vers des pages de **wikipedia** pour avoir plus d'informations ou vers d'autres documents ou vidéos.

Il existe une version de ce cours destinée aux étudiants de musicologie qui suit le même plan mais sans l'aspect scientifique, sans formule. Des concepts scientifiques incontournables, comme la décomposition de Fourier, y sont présentées de façon imagée. Ce document pourra être consulté en première lecture.

Chapitre 1 : Le son. Le son correspond aux vibrations de l'air dans un certain régime de fréquences et d'amplitudes. C'est le vecteur de l'information musicale. Dans ce chapitre on présente certaines des caractéristiques physiques essentielles du son qui interviennent en musique. On étudiera la propagation des ondes sonores dans l'espace. On étudiera comment un signal sonore (i.e. variations de pression) peut être capté et mesuré en un point donné de l'espace, par un microphone par exemple, pour en faire un signal.

Chapitre 2 : Les signaux sonores. Ce chapitre concerne l'étude des signaux sonores que l'on appelle la **théorie du signal**. On étudiera les signaux qui sont périodique en temps, qui ont de l'importance pour la suite et que l'on appellera "**note musicale**". Leur importance vient du fait qu'ils sont produits par des phénomènes périodiques comme dans la voix humaine, donc très présents en musique, mais aussi ils sont importants pour l'analyse mathématique, avec la transformée de Fourier par exemple.

Chapitre 3 : perception du son. La perception du son (par les humains) se fait grâce au **système auditif** qui comporte les oreilles mais aussi des circuits neuronaux spécifiques. L'analyse du son commence par l'oreille. Cette partie est bien étudiée et assez bien comprise : l'onde sonore est transmise dans la cochlée où il y a une membrane et des milliers de cils, chacun étant un résonateur sensible à une étroite plage de fréquence. Si un cil se met en vibration par résonance, il excite un **neurone**. L'information est ainsi transmise au

cerveau. Ensuite l'analyse est effectuée par le cerveau de façon inconsciente. Cette partie est encore très mal connue, voire **totalemment inconnue**. Par des expériences cognitives on peut cependant observer les caractéristiques du son que la conscience perçoit (i.e. le résultat des traitements inconscients). Pour les signaux périodiques, i.e. notes musicales, on a une perception particulière sous forme de **timbre**. Cela est mis en évidence par des expériences d'illusion auditives. De plus pour plusieurs notes musicales de fréquences différentes on ressent comme "consonant" des rapports entre ces fréquences qui sont des petits rationnels et qui correspondent aux intervalles de base de la musique (octaves, quintes, quarts, tierces etc). On parlera aussi de la perception du rythme.

Chapitre 4 : les instruments de musique. L'objectif d'un instrument de musique est de produire des "**notes musicales**" et du rythme. On adoptera une description des instruments d'après le phénomène physique de génération du son, en mettant en valeur différents cas :

- l'apparition d'**oscillations periodiques par relaxation** entretenue (ou **cycle limite**) chez certains instruments (violon, flûte, trompette etc..)
- ou la génération du son par une excitation initiale d'un objet "presque harmonique" (guitare, piano, xylophone), ou "non harmonique" (percussion).

Chapitre 5 : théories musicales. Ce chapitre concerne les **théories musicales**. Compte tenu des chapitres précédents, on va obtenir une description des sons et combinaisons de sons qui interviennent en musique à travers **différentes pratiques et cultures musicales**. Alors que les chapitres précédents sont plutôt "scientifiques" (i.e. décrivent des faits objectifs), ce chapitre décrit des choix culturels et artistiques. Il est souvent difficile de comprendre les origines d'un choix culturel.

Références et liens conseillées :

- Différents **Documents** liés au cours.
- Livre (**Benson, n.d.**, p.197), and its web site "**Music: a Mathematical Offering**",
- Livre **Schnupp et al. (2011)** "**{ } Auditory neuroscience: Making sense of sound**" and its web site **Auditoryneuroscience web site**
- Livre **Handbook of Acoustic**, (**Schroeder et al., 2007**).
- **Exposé "Voix mathématiques et musique"** du 11 septembre 2015 pour la journée de rentrée de l'institut Fourier.
- Page de **wikipedia sur l'acoustique musicale**

Table des matières

1	Le son	11
1.1	Les équations de Euler (non linéaires)	12
1.1.1	Ordre de grandeurs du modèle de gaz	12
1.1.2	Emergence d'un comportement collectif à l'échelle mésoscopique : le fluide.	13
1.1.3	Gaz à l'équilibre. Equation des gaz parfaits.	13
1.1.4	Gaz à l'équilibre local. Equation d'Euler. Turbulence.	13
1.1.5	Remarques sur l'historique des équations de la mécanique des fluides	15
1.2	Des équations de Navier-Stokes à l'équation d'onde	16
1.2.1	Gaz proche du repos. Ondes sonores.	16
1.2.2	Champ de vitesse et potentiel des vitesses	20
1.2.3	Conservation de l'énergie et densité d'énergie	21
1.3	Solutions particulières de l'équation des ondes	22
1.3.1	Variantes de l'équation d'onde	22
1.3.2	Trajectoire des ondes et importance en acoustique musicale	23
1.3.3	Equation des ondes $\partial_t^2 p - c^2 \partial_x^2 p = 0$ sur \mathbb{R} (1 dim)	26
1.3.4	Equation $\partial_t^2 v - c^2 \partial_x^2 v = 0$ sur le segment $[0, L]$	30
1.3.5	Equation $\partial_t^2 p - c^2 \Delta p = 0$ sur \mathbb{R}^3	34
1.3.6	Mesure de l'intensité en décibels	36
1.3.7	Equation $\partial_t^2 p - c^2 \Delta p = 0$ sur le rectangle $\Omega = [0, L_1] \times [0, L_2]$	37
1.3.8	Equation $\partial_t^2 p - c^2 \Delta p = 0$ sur le disque $\Omega = \mathbb{D}(R)$	39
1.3.9	Equation $\partial_t^2 p - c^2 \Delta p = 0$ sur un domaine compact $\Omega \subset \mathbb{R}^2$	39
1.3.10	Equation avec amortissement $\partial_t^2 p - c^2 \Delta p + a \partial_t p = 0$ sur $\Omega = \mathbb{R}^3$	40
1.4	Résolution numérique de l'équation d'ondes sur un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ compact	41
1.5	Analyse micro-locale (semi-classique) de l'équation des ondes	41
1.5.1	De l'équation des ondes du 2nd ordre en t à l'équation de Schrödinger du 1er ordre	42
1.5.2	L'équation de Schrödinger	44
1.5.3	Limite semi-classique de l'équation de Schrödinger	46
1.5.4	Propriétés générales	49
1.5.5	Exemples	50
1.5.6	Formule de Weyl semi-classique	55

1.6	Micros, enregistrements et haut parleurs	57
1.6.1	Schéma de fonctionnement du microphone à condensateur	57
2	Analyse des signaux sonores	59
2.1	Définitions d'un signal et échantillonnage	59
2.1.1	Signal sonore	59
2.1.2	Échantillonnage d'un signal	60
2.1.3	Mesure de l'intensité en décibels	62
2.1.4	Battements	64
2.2	Sonogramme, transformée par ondelette, transformée de Fourier	66
2.2.1	Signaux élémentaires : notes de musique, paquets d'ondes Gaussiens (ou ondelettes)	66
2.2.2	Sonogramme, transformée de Fourier fenêtrée ou transformée par ondelette	69
2.2.3	Transformée de Fourier d'un signal	73
2.3	Signaux périodiques, fréquences, notes musicales et pitch	74
2.3.1	Signaux périodiques, séries de Fourier	74
2.3.2	Pitch d'un signal périodique	82
2.3.3	Comparaison des harmoniques avec le tempérament égal	86
2.3.4	Exemple du chant diphonique	87
2.3.5	Intervalles justes	90
2.4	Le tonnetz et quelques tempéraments justes	93
2.4.1	Décomposition des intervalles justes en intervalles de base	93
2.4.2	Le tonnetz 2, 3, 5	94
2.4.3	Le tonnetz 2, 3, 5, 7, tonnetz général et recherche musicale	102
2.5	Échantillonnage d'un sinus, effet de repliement (ou effet stroboscopique), Aliasing	104
2.5.1	Rappels sur l'effet stroboscopique	104
2.5.2	Effet stroboscopique sur une fonction sinus ou cosinus échantillonnée	106
2.5.3	Effet stroboscopique (aliasing) sur un signal périodique quelconque	107
2.6	Traitements particuliers du son musical	108
2.6.1	Modification d'un son périodique	108
2.6.2	Détection du pitch d'un signal (presque) périodique	108
2.6.3	Filtres	111
3	Perception du son	121
3.1	Description du système auditif	122
3.1.1	Le pavillon de l'oreille	124
3.1.2	Cils	124
3.1.3	Physiologie du cerveau	125
3.2	La voix et les signaux périodiques	126
3.2.1	Observations générales sur la voix	127
3.3	Du signal sonore à la perception consciente	128

3.3.1	Définition de la perception sonore	128
3.3.2	Perception du temps	130
3.3.3	Perception de l'intensité	130
3.3.4	Perception du pitch des notes (fréquences)	132
3.3.5	Perception et principe d'incertitude en temps-fréquence	132
3.3.6	Non perception de la phase	133
3.3.7	Perception du timbre	134
3.4	Perceptions des intervalles justes et accords justes	138
3.4.1	Perception des intervalles justes	138
3.4.2	Perception des accords justes	138
4	Les instruments de musique	139
4.1	Introduction	139
4.1.1	Classement de Sach-Hornbostel 1914	139
4.2	Instruments harmoniques par cycles limites	140
4.2.1	Introduction	140
4.2.2	Oscillateurs de relaxation ou par cycle limite	143
4.2.3	Exemples d'instruments de musique	146
4.3	Instruments harmoniques par résonance	150
4.3.1	Cordes excitées (pincées ou frappées)	150
4.3.2	Cloches	152
4.3.3	Xylophones	153
4.4	Instruments percussifs	153
4.5	Musique assistée par ordinateur (MAO)	153
4.5.1	Traitement audio	153
4.5.2	Messages MIDI	153
5	Théories et pratiques de la musique	155
5.1	Introduction	155
5.1.1	Aspects culturels de la musique	155
5.1.2	La musique chez d'autres espèces ?	155
5.1.3	Aspects commerciaux de la musique	155
5.2	Harmoniques et intervalles justes en musique	155
5.2.1	Dissonance d'un intervalle juste	156
5.2.2	Fractale de Farey des nombres rationnels et intervalles justes	156
5.3	Accords justes	158
5.3.1	Chambre, basse virtuelle, sifflet et profondeur d'un accord juste	160
5.4	Les intervalles et accords justes dans les pratiques musicales	162
5.4.1	Quelques gammes et modes	165
5.5	Les intervalles et accords justes dans les théories musicales	167
5.5.1	Enchaînement d'accords	169
5.5.2	La théorie des tempéraments	170
5.6	Conventions d'écriture de la musique	173

5.7	Analyse harmonique en musique classique	173
5.8	Analyse harmonique en jazz	173
5.9	Autres théories	173
5.9.1	Musique indienne	173
5.9.2	Musique dodécaphonique, sérielle	176
5.10	Rythmes et poly-rythmes	177
A	Logiciels pour l'acoustique musicale	179
A.1	Pour l'audio	179
A.2	Audacity	179
A.3	Autres	179
A	Notions de base utiles en mathématiques	181
A.1	Les fractions et équations du premier degré	181
A.1.1	Additions et soustractions	181
A.1.2	Multiplication et divisions	181
A.2	Exposants, logarithme et décibels	182
A.3	Le cercle, sinus et décomposition de Fourier	184
A.3.1	Phase, sinus, cosinus	184
A.3.2	Mouvement circulaire	185
A.3.3	Addition de mouvements circulaires, épicycles et décomposition de Fourier	186
A.3.4	Cas particulier d'un mouvement périodique (série de Fourier)	189
A.4	Codage des nombres en base 2 (binaire)	190
A.4.1	La base 10	190
A.4.2	La base 2	190
A.4.3	Le complément à 2	191
B	Formulaire	193
B.1	Arithmétique	193
B.1.1	Théorème fondamentale de l'arithmétique	193
B.1.2	Représentations géométriques des fractions irréductibles	193
B.1.3	Réseau \mathbb{Z}^P et le réseau tonnetz	197
B.2	Rappels d'algèbre linéaire	198
B.2.1	Vecteurs et produit scalaire	198
B.2.2	Interprétation et utilité du produit scalaire	199
B.2.3	Décomposition dans une base orthogonale	200
B.2.4	Décomposition dans une base non orthogonale	201
B.3	Analyse de fonctions	202
B.3.1	Fonctions régulières de Schwartz	203
B.3.2	Distributions	203
B.3.3	Produit scalaire entre les fonctions	203
B.3.4	Bases orthonormées	204

B.3.5	Opérateurs auto-adjoints	204
B.4	Transformée de Fourier sur \mathbb{R}	204
B.4.1	Transformée de Fourier et transformée de Fourier inverse	204
B.4.2	Transformée de Fourier d'un signal échantillonné	206
B.4.3	Série de Fourier d'un signal périodique	207
B.4.4	Transformée de Fourier discrète	208
B.5	Transformée de Fourier sur \mathbb{R}^n	211
B.6	Transformée par paquets d'ondes	212
B.6.1	Paquets d'ondes Gaussiens	212
B.6.2	Transformée par paquets d'ondes	213
B.7	Modèle élémentaire du résonateur linéaire forcé	214
B.7.1	Résolution générale	214
B.7.2	Cas d'un signal périodique $p(t) = p(0) e^{i\omega t}$	215
B.8	Résonateur de Helmholtz	216
B.9	Systèmes dynamiques	218
A	Notations musicales	219
A.1	Représentation des notes du tempérament égal	219
A.2	Les intervalles	221