Chapitre 5

Théories et pratiques de la musique

5.1 Introduction

5.1.1 Aspects culturels de la musique

La musique est avant tout une pratique culturelle.

5.1.2 La musique chez d'autres espèces ?

5.1.3 Aspects commerciaux de la musique

5.2 Harmoniques et intervalles justes en musique

Quelques rappels sur les intervalles justes et fractions rationnelles :

Dans la définition 2.3.1, on a défini une "**note musicale**" comme étant un **signal périodique** en temps. Voir exemple **??**. Sa période est notée T, sa fréquence $f = \frac{1}{T}$. On a vu dans le théorème **??** que le spectre de Fourier d'un signal périodique en temps est **"harmonique"**, i.e. contient uniquement des fréquences de la forme $f_n = nf$, appelées harmoniques, avec $n \geq 1$ entier. On a vu en Section 3.4 que notre "perception" est sensible à ce spectre d'harmoniques, en particulier en fait que les rapports de fréquences des premières harmoniques

$$\frac{f_{m'}}{f_m} = \frac{m'}{m} \in \mathbb{Q}$$

sont des "petits nombres rationnels" c'est à dire avec m', m entiers pas "très grands" (disons < 20, cette limite est subjective). Un tel rapport de fréquence $\frac{f_{m'}}{f_m} = \frac{m'}{m} \in \mathbb{Q}$ est appelé **intervalle juste.**

Nous avons observé en Section 2.3.5 que ces intervalles justes ont une importance en musique. Parmi les intervalles justes, on a identifié des intervalles bien connus en musique comme l'octave $\frac{f'}{f} = \frac{2}{1}$, la quinte $\frac{f'}{f} = \frac{3}{2}$, la quarte $\frac{f'}{f} = \frac{4}{3}$, l'unisson $\frac{f'}{f} = \frac{1}{1}$.

5.2.1 Dissonance d'un intervalle juste

On souhaite associé une valeur positive à un intervalle juste qui correspondrait à sa "dissonance" (opposé de la consonance ou résonance). La définition suivante signifie géométriquement que la dissonance d'un intervalle juste est la longueur pour parcourir l'intervalle en suivant les arêtes du réseau, avec les poids $\ln p$ sur chaque axe n_p. En mathématiques, cela s'appelle aussi la distance l^1ou distance de Manhattan.

Définition 5.2.1. La **dissonance** d'un intervalle juste $\frac{m'}{m} = P^n$ est

$$\mathrm{Dis}\left(\frac{m'}{m}\right) := \sum_{p\in P} |n_p| \ln p$$

On notera aussi $\mathrm{Dis}\,(n) := \sum_{p\in P} |n_p| \ln p$, pour $n \in \mathbb{Z}^P$.

Remarque 5.2.2. :

- $\mathrm{Dis}\,(-n) = \mathrm{Dis}\,(n)$.
- $\mathrm{Dis}\left(\frac{m'}{m}\right) = \ln(m'm)$ si fraction irréductible.
- On retiendra les quelques valeurs approximatives

$$\ln 2 = 0,7.., \quad \ln 3 = 1,1.., \quad \ln 5 = 1,6.., \quad \ln 7 = 2,..., \quad \ln 11 = 2,4.., \ln 13 = 2,6..$$

Ainsi

$$\text{Quinte : } \mathrm{Dis}\left(\frac{3}{2}\right) = \mathrm{Dis}\,((1,-1)) = 1.\ln 2 + 1.\ln 3 = 1,8..$$

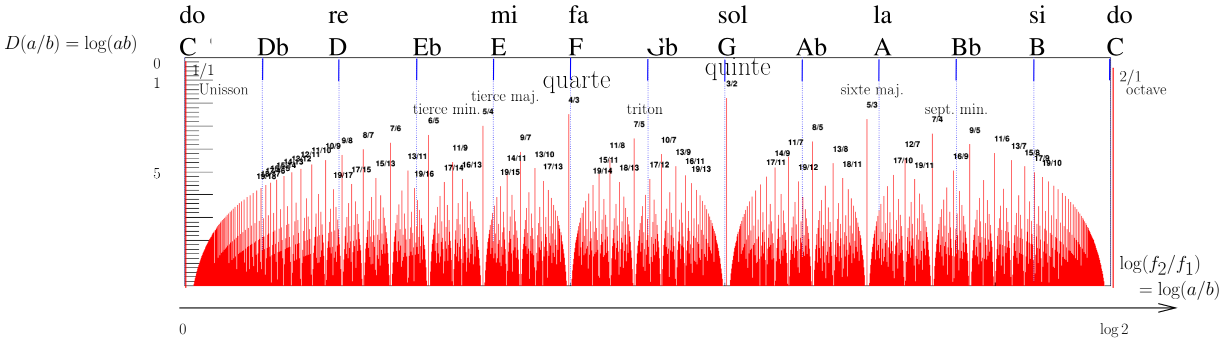
$$\text{Octave : } \mathrm{Dis}\left(\frac{2}{1}\right) = \mathrm{Dis}\,((1)) = \ln 2 = 0,7..$$

$$\text{Unisson : } \mathrm{Dis}\left(\frac{1}{1}\right) = 0.$$

On conviendra d'appeler la **résonance** ou **résonance** l'opposé de la dissonance : $R\left(\frac{m'}{m}\right) := -\mathrm{Dis}\left(\frac{m'}{m}\right) \leq 0$.

5.2.2 Fractale de Farey des nombres rationnels et intervalles justes

La **fractale de Farey** s'obtient en traçant la résonance $-\mathrm{Dis}\left(\frac{m'}{m}\right) = -\ln(m'm)$ en fonction du pitch $\ln\left(\frac{m'}{m}\right)$. (voir aussi Figure B.1.5 en annexe).



Ecoute : vous pouvez écouter les intervalles juste selon la fraction selectionnée sur la fractale dans cette application.

Remarque 5.2.3. Sur le schéma, on a représenté en bleu, les intervalles tempérés (i.e. nombre entier de demi-tons). On associe sans problème les fractions 2/1 à l'octave tempéré, $\frac{3}{2}$ à la quinte tempéré et $\frac{4}{3}$ à la quarte tempérée. Cette association n'est pas toujours évidente. Par exemple,

— la tierce mineure tempérée (3 demi-tons) peut être identifier comme $\frac{f'}{f} = \frac{6}{5}$ ou $\frac{f'}{f} = \frac{7}{6}$,

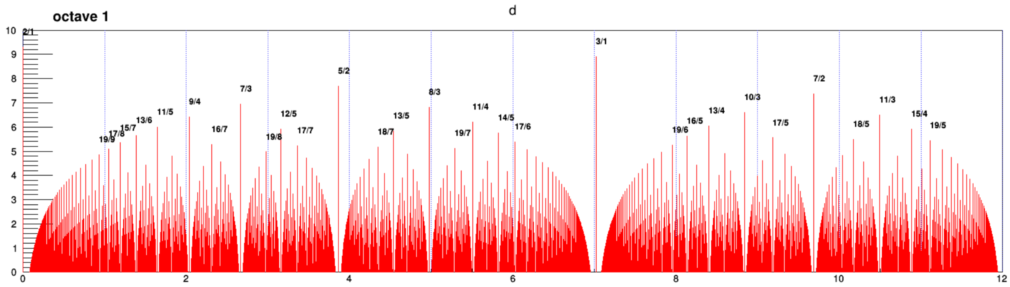
— la septième mineure (10 demi-tons) peut être identifier comme $\frac{f'}{f} = \frac{7}{4}$ ou $\frac{f'}{f} = \frac{9}{5}$,

Sachant que la perception est précise à $\frac{1}{10}$ de demi-ton, on observe que les fréquences du tempérament égal en bleu, propose un choix très limité par rapport aux possibilités des intervalles justes en rouge.

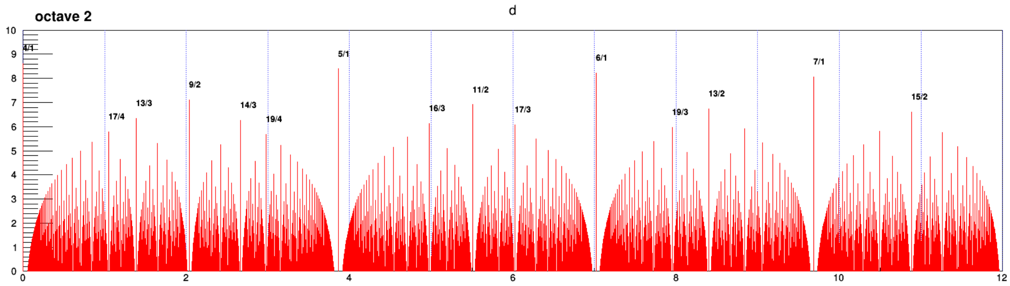
Remarque 5.2.4. Près de l'unisson, (mais aussi de la quinte) il y a tout un voisinage avec absence d'autre intervalles justes. Cela est un phénomène purement arithmétique, mais clair sur la figure du verger d'Euclide B.1.2.1. Cela implique qu'un intervalle $\frac{f'}{f}$ proche de l'unisson ou de la quinte, mais différent, sonnera très dissonant. On verra que cela se manifeste dans les pratiques musicales.

Intervalles justes au delà de l'octave :

— Les nombres $7, 11, 13$ ont une importance dominante dans les intervalles juste plus grand que $\frac{2}{1}$. Cela s'explique par exemple par le fait que la dissonance $\text{Dis}\left(\frac{7}{1}\right) = \ln 7 = 2,..$ de la fraction $4 < \frac{7}{1} < 8$ située dans la 3ème octave est plus faible que $\text{Dis}\left(\frac{7}{4}\right) = 2\ln 2 + \ln 7 = 3,4$ de la fraction $1 < \frac{7}{4} < 2$ situé dans la première octave. Par exemple dans la figure suivante pour les intervalles compris entre 1 et 2 octaves



— et pour les intervalles compris entre 2 et 3 octaves, on y voit dominer localement le rôle des nombres premiers $11, 13, 17, 19$.



5.3 Accords justes

Dans la suite, on ne considérera que des notes formant des intervalles justes entre elles. Étant donné une note de référence, de fréquence f_{ref}, associée au point $n = (0, 0, \ldots)$ origine du tonnetz $\mathbb{Z}^P$, toute autre **note est représentée par un point** $n \in \mathbb{Z}^P$ **du tonnetz**, montrant son décalage par rapport à la note de référence. Son pitch est donné par la formule (2.3.5) ou (**??**) :

$$x = x_{\mathrm{ref}} + \frac{12}{\ln 2} \sum_{p \in P} n_p \ln(p) .$$

Définition 5.3.1. Un **accord juste** est un ensemble de N notes formant deux à deux des intervalles justes :

$$A = (n(1), n(2), \ldots n(N)), \quad n(j) \in \mathbb{Z}^P .$$

La **dissonance de l'accord** A est la somme des dissonances de chaque intervalle le composant (le $\frac{1}{2}$ est là car la double somme qui suit compte deux fois chaque intervalle) :

$$\mathrm{Dis}(A) := \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^{N} \mathrm{Dis}(n(j) - n(k)) .$$

Ainsi on peut penser à un accord composé de N notes, comme une molécule composée de N atomes, et la dissonance de l'accord suit la même formule que l'énergie de liaison d'une molécule qui est la somme des énergie mutuelles entre atomes.

Exercice 5.3.2. "Recherche du renversement qui minimise/maximise la dissonance".

1. Considérons la triade majeure C_5, E, G. Trouver le renversement qui minimise la dissonance ? Si on rajoute la contrainte que E, G sont dans les octaves $4, 5$ (i.e. autour du C_5), trouver le renversement qui minimise et maximise la dissonance ?
2. De même pour la triade mineure C, Eb, G, puis l'accord de dominante C, E, G, Bb et l'accord semi-diminué C, Eb, Gb, Bb ?
3. Écrire un algorithme général qui trouve le renversement qui minimise/maximise la dissonance ?

Solution 5.3.3.

1. Considérons la triade $A = (C, E, G)$. Fixons la note C à l'origine 0 du tonnetz. Alors E est en $(n_E, 0, 1) \in \mathbb{Z}^P$ et G est en $(n_G, 1, 0) \in \mathbb{Z}^P$ avec $n_E, n_G \in \mathbb{Z}$ que l'on recherche. La dissonance de l'accord est

$$\begin{aligned}\mathrm{Dis}\,(A) &= \mathrm{Dis}\,(C,E) + \mathrm{Dis}\,(C,G) + \mathrm{Dis}\,(G,E)\\ &= \mathrm{Dis}\,(n_E,0,1) + \mathrm{Dis}\,(n_G,1,0) + \mathrm{Dis}\,(n_G - n_E, 1, -1)\\ &= (|n_E| + |n_G| + |n_G - n_E|)\ln 2 + 2\ln 3 + 2\ln 5\end{aligned}$$

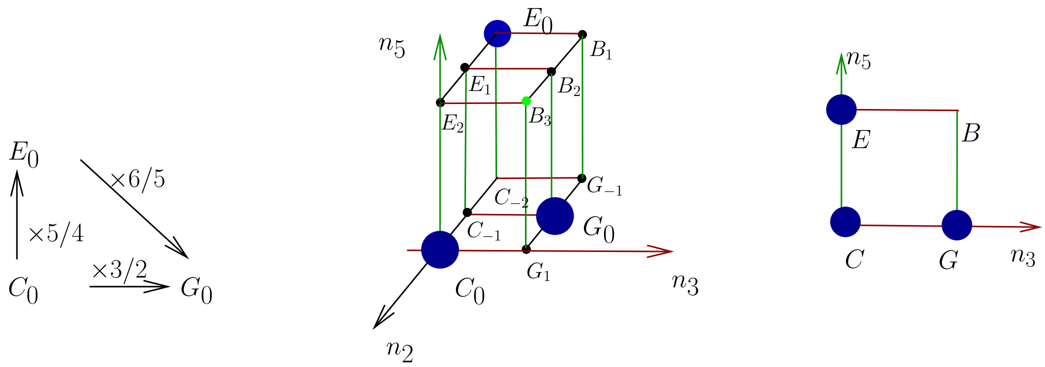
   — Donc pour minimiser la dissonance il faut minimiser $|n_E| + |n_G| + |n_G - n_E|$. La solution est $n_E = n_G = 0$. Donc la répartition C_5, G_6, E_7.
   — Avec la contrainte d'utiliser les octaves $4, 5$, cela impose $n_G \in \{-2, -1\}$ et $n_E \in \{-3, -2\}$. Alors le renversement qui minimise la dissonance est $n_E = -2$, et $n_G = -2$ ou $n_G = -1$, soit G_4, C_5, E_5 ou C_5, E_5, G_5 (le premier a l'intervalle G_4, E_5 plus résonance et le deuxième a l'intervalle C_5, G_5 plus résonance).
   — La dissonance est maximisée pour le renversement E_4, G_4, C_5 ou E_4, C_5, G_5

2. Pour la triade $A = (C, Eb, G)$. On écrit de même E_b est en $(n_{E_b}, 1, -1) \in \mathbb{Z}^P$ et G est en $(n_G, 1, 0) \in \mathbb{Z}^P$ avec $n_{E_b}, n_G \in \mathbb{Z}$ que l'on recherche.

$$\begin{aligned}\mathrm{Dis}\,(A) &= \mathrm{Dis}\,(C,E_b) + \mathrm{Dis}\,(C,G) + \mathrm{Dis}\,(G,E_b)\\ &= \mathrm{Dis}\,(n_E,1,-1) + \mathrm{Dis}\,(n_G,1,0) + \mathrm{Dis}\,(n_G - n_{E_b}, 0, 1)\\ &= (|n_E| + |n_G| + |n_G - n_E|)\ln 2 + 2\ln 3 + 2\ln 5\end{aligned}$$

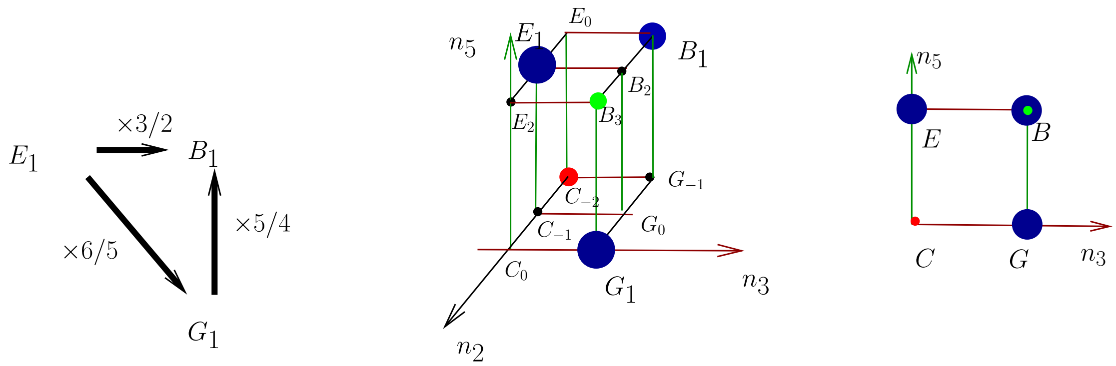
   Donc pour minimiser la dissonance il faut minimiser $|n_{E_b}| + |n_G| + |n_G - n_{E_b}|$. La solution est $n_{E_b} = n_G = 0$. Donc la répartition E_{b3}, C_5, G_6.

Exemple 5.3.4. Pour la triade majeure $C_0 - E_0 - G_0$:



$Dis(A) = \ln(5.4) + \ln(3.2) + \ln(6.5) = 4\ln(2) + 2\ln(3) + 2\ln(5) = 8.18$

Noter que la triade mineure $E_1 - G_1 - B_1$ a la même dissonance car est constituée des même intervalles justes.



$Diss = \log(5.4) + \log(3.2) + \log(6.5) = 8.18$

5.3.1 Chambre, basse virtuelle, sifflet et profondeur d'un accord juste

On a vu que la triade majeure et la triade mineure ont la même valeur de dissonance. Géométriquement, on observe que ces deux accords n'ont pas la même forme géométrique dans le tonnetz.A l'écoute on ressent que la triade majeure est plus stable, la triade mineure est plus flottante, semble manquer de fondement. Voici une façon quantitative de les distinguer, en complément de la dissonance.

Définition 5.3.5. La **basse virtuelle** $\mathrm{Bass}(A)$ d'un accord $A = \left(n_{(1)}, n_{(2)}, \dots n_{(N)}\right)$ est la note la plus haute qui contient A dans ses harmoniques. Ainsi

$$\mathrm{Bass}(A) = (n_2, n_3, n_5, \dots) \in \mathbb{Z}^P$$

avec

$$n_p = \min_{j \in [1,N]} (n_p(j)), \qquad \forall p \in P.$$

De meme, le **sifflet virtuelle** $\mathrm{Siff}(A)$ de l'accord A est la note la plus grave qui est harmonique de toutes les notes de A. Ainsi

$$\mathrm{Siff}(A) = (n_2, n_3, n_5, \dots) \in \mathbb{Z}^P$$

avec

$$n_p = \max_{j \in [1,N]} (n_p(j)), \qquad \forall p \in P.$$

Plus généralement, la **chambre de l'accord** est l'ensemble des notes

$$\mathrm{Room}(A) := \left\{ n = (n_2, n_3, \dots) \in \mathbb{Z}^P, \quad \forall p, \quad \min_{j \in [1,N]} (n_p(j)) \leq n_p \leq \max_{j \in [1,N]} (n_p(j)) \right\}$$

Ainsi la basse et le sifflet sont les extrémités de la chambre. Toutes les notes de l'accord sont dans la chambre.

— Par exemple pour la triade majeure

$$\begin{aligned} A &= "C_5 - E_5 - G_5" \\ &= ((0), (-2, 0, 1), (-1, 1)) \end{aligned}$$

on obtient que

$$\mathrm{Bass}(A) = (-2, 0, 0 \dots) = \frac{1}{2^2} \equiv C_3$$

$$\mathrm{Siff}(A) = (0, 1, 1, 0 \dots) = 3.5 = \frac{3}{2}\frac{5}{4}2^3 \equiv B_8$$

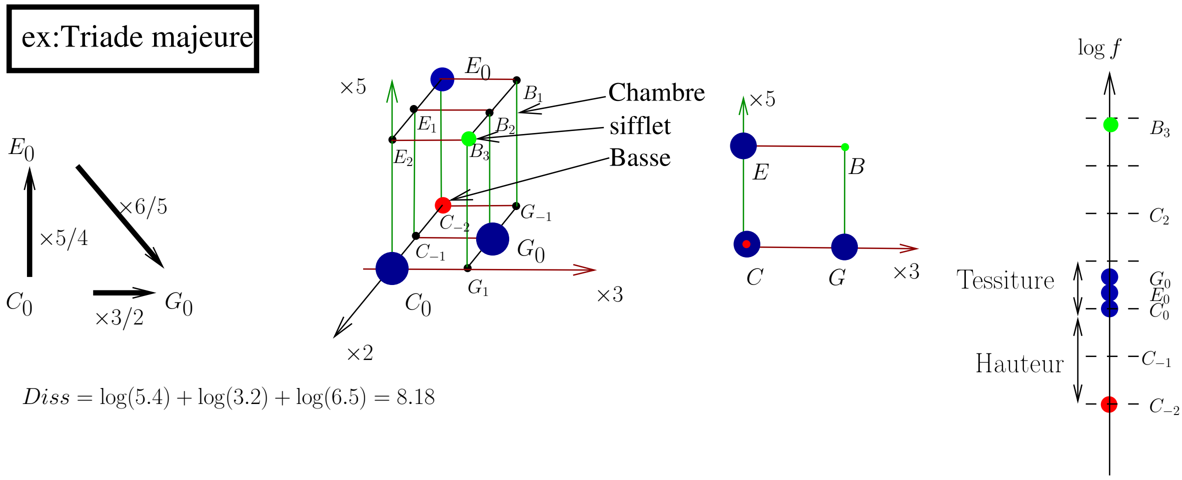
— Par exemple pour la triade mineure

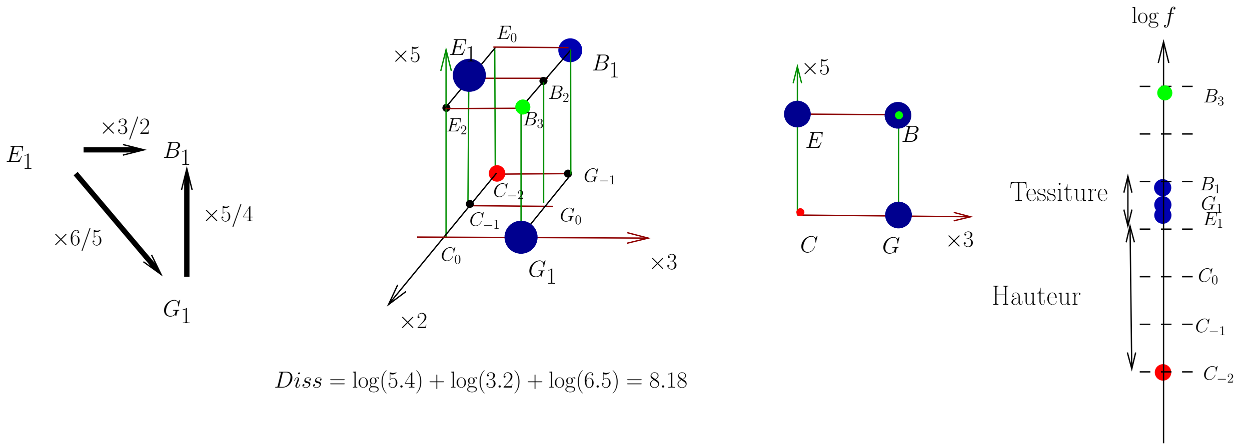
$$\begin{aligned} A &= "C_5 - Eb_5 - G_5" \\ &= ((0), (1, 1, -1), (-1, 1)) \end{aligned}$$

on obtient que

$$\mathrm{Bass}(A) = (-1, 0, -1, 0 \dots) = \frac{1}{2.5} = \frac{1}{2^3 (5/4)} \equiv Ab_1$$

$$\mathrm{Siff}(A) = (1, 1, 0 \dots) = 2.3 = 2^2 \frac{3}{2} \equiv G_7$$





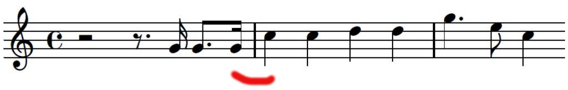
On remarque donc que

- la **triade majeure** C,E,G possède sa basse virtuelle qui est C. → **sensation de stabilité**. Video
- la **triade mineure** Em=E,G,B n'a pas sa basse virtuelle qui est C. → **sensation de manque**. Video

5.4 Les intervalles et accords justes dans les pratiques musicales

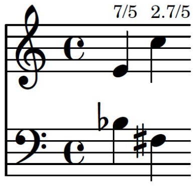
La section précédentes nous a donné quelques indications pour analyser les intervalles justes et les accords justes. Considérons maintenant les pratiques musicales. On reviendra plus tard sur les théories musicales. On observe que les intervalles justes sont très présents dans tous les styles de musique, de tout temps et de toute culture. Voici quelques exemples.

- Par ex. l'octave 2/1, la quinte 3/2, la quarte 4/3, sont des intervalles universels dans les cultures humaines. La quarte 4/3 est le premier intervalle de la marseillaise. Son ou Son :



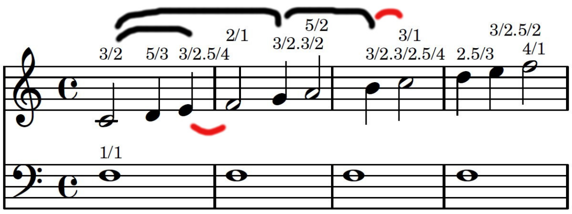
— Dans la fractale de Farey, on a observé des “**gaps**” de résonance, i.e. des intervalles dissonants, tout près des fractions simples, voir remarque 5.2.4. Par exemple, la **ganga** en Dalmatie sont des chants populaires, avec intervalles de notes qui “frottent” (pour le plaisir), ref : carnet de voyage avec Anne-Florence Borneuf. Son

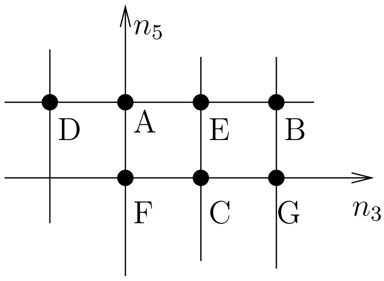
— Organum est un genre musical à **deux voix, du IXème au XIIème siècle en Europe,** constitué d’octaves (2/1), quintes (3/2) et quartes (4/3). Les tierces (6/5) et sixtes (5/3) peuvent être entendues à partir du XIème siècle. ref : Musica Enchiriadis. C’est l’origine du contrepoint. Video de Organum duplum : Alleluia, hic Martinus (“organum fleuri”).

— L’ **intervalle 7/5** qui est aussi une fraction proche du triton et remarquable dans la fractale de Farey B.1.5, est revisité par les bee boppers (Charlie Parker, Dizzy Gillespie .., 1940’), par ex. dans l’introduction de “salt peanuts” en 1942. Dans cet exemple, il y a un intervalle de quinte diminuée 7/5, puis 14/5 ou 11/4 ?, puis l’octave 2/1. Son 

— Les **chants bulgares** (musique traditionnelle actuelle) font entendre des des voix très timbrées (i.e. riches en harmoniques) avec des résonances $\frac{f'}{f} = \frac{a}{b}$ bien marquées qui se concluent souvent par des unissons. On remarque aussi des rythmes en 2+2+3=7. Video.

— En **musique indienne**, on apprécie les résonances entre la **tampura** (riche en harmoniques) et la **flûte**.





Dans cet exemple, on remarque que les rapports rationnels amènent des **relations entres les notes** et pas seulement avec la basse fixe (tampura). Ces relations sont schématisées sur la partition par les traits en noir. On a aussi mis en valeur la proximité de hauteur en rouge. On discutera de cela après.

— Qu'observez vous de particulier concernant le ré (qui est peu joué) ? réponse : c'est le seul dont le dénominateur de la fraction (ici 5/3) n'est pas une puissance de 2. On verra plus loin que si le musicien joue le ré de façon trop insistante, il

ressort une couleur « mineur.
— Video

— Des intervalles justes faisant intervenir les entiers 11 et 13 sont présents dans les **chants suisses, et le cor des alpes**. Son (avec la “11#” à 45”, et la “13♭” à 1’56”). Remarquer que les musiciens évitent soigneusement de jouer l’harmonique 7 et $14 = 2 \times 7$.

— Composition Stimmung de Karlheinz Stockhausen. Ecouter.

5.4.1 Quelques gammes et modes

5.4.1.1 La gamme pentatonique majeur

Utilisée partout dans le monde.

F	C	G	D	A

— jouée dans l’ordre croissant des fréquences, cela donne : **F**,G,A,C,D,(F) , utilisé par ex. en musique irlandaise.
  — Le mode **C**,D,F,G,A,C est appelé Raga Suddha Saveri en musique indienne, et mode Bac en musique vietnamienne (aussi utilisé en musique chinoise).
  — Le mode **G**,A,C,D,F est le raga Madhyamavati en musique indienne.
  — Le mode **D**,F,G,A,C,D est le raga Udayaravichandrika en musique indienne. (aussi utilisé en musique d’amérique du sud)

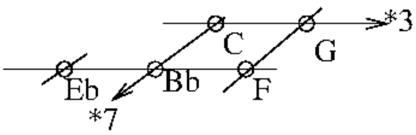
— Video de Bobby McFerrin sur l’universalité de la gamme pentatonique (colloque notes&neurons 2009)

— Gamme pentatonique mineure en namibie, D,F,G,A,C, ref : carnet de voyage avec Emmanuelle Olivier. Son

— Carnet voyages avec Pollo Vallejo, wagogo tanzanie, Rituel d'initiation. à 7'25" : gamme pentatonique sur G,A,B,D,F avec le F qui est en 7/8. Son

— Gamme pentatonique majeure sur le tonnetz : C,E,F,G,Bb Video

5.4.1.2 Gamme pentatonique mineur



— Dans l'ordre : C,Eb,F,G,Bb,(C).
  — elle n'est pas équivalente à la gamme pentatonique majeur Eb,F,G,Bb,C,Eb qui n'utilise que l'axe *3.
— Gamme pentatonique mineure sur le tonnetz : C,Eb,F,G,Bb Video.

5.4.1.3 La Gamme de Zarlino

— Zarlino, XVIeme siècle. Mise en valeur de la quinte juste et tierce juste.

A	E	B	
F	**C**	G	D

— Contient les notes justes des triades de Fa,Do,Sol, cad : (F,A,C),(C,E,G),(G,B,D).
— Cette gamme F,A,C,E,G,B,D est appelée gamme de "**l'intonation juste**".

— Le problème par ex. est que l'accord Dm=(D,F,A) sonne faux.

5.4.1.4 Gamme Pythagoricienne à 7 notes (heptatonique)

— Ce sont 7 notes en rapport de 3/2 (quinte juste).

F	**C**	G	D	A	E	B

— Utilisée au moyen age et renaissance, jusqu'au XVIe siecle, en théorie et en pratique. (rem : Il y a 6 gammes à 7 notes qui contiennent C,G.)

— Utilisé en musique indienne : Raga Kalyani :

C	G	D	A	E	B	F#

Raga Thodi :

Db	Ab	Eb	Bb	F	**C**	G

5.4.1.5 Mode indien carnatique Shankarabharana

A'	E	B		
F	**C**	G	D	A

Référence : Pham (2003).

Remarques :

— Le problème est que la tièrce F-A est fausse.

— A s'appelle "chatusruti dha". Il est "lumineux, exultant, acidulé. A' s'appelle "trisruti dha" est calme, apaisé, triste.

— Ex cité par F. Pham p.10 Pham (2003) : Si C,D ; A',G ; G,F,E,D,C est joué plusieurs fois, puis C,D ; A,G ; G,F,E,D,C : joué à la fin. Alors le A sonne

5.4.1.6 Raga indiens

— Le Raga carnatique Mohana est

E			
C	G	D	A

— C'est une gamme pentatonique.

— Le raga carnatique Hindolan (aussi en musique hindoustanie , où il s'appelle Malkauns) ?

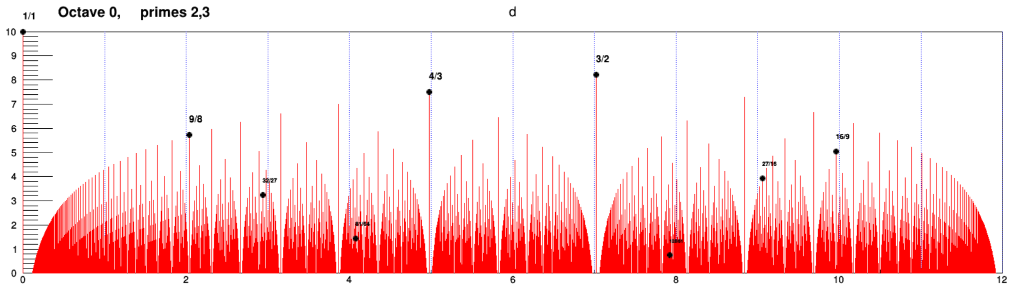
Exemple 5.4.1. Exemple d'utilisation du raga Manirangu, is a janya raga, derived from Kharaharapriya which is 22nd on the Melakarta scale : raga Manirangu

5.5 Les intervalles et accords justes dans les théories musicales

On a vu la présence des intervalles justes $\frac{f'}{f} = \frac{a}{b}$ dans les pratiques musicales. Parlons maintenant du "discours théorique" concernant la musiques et concernant particulièrement les intervalles justes.

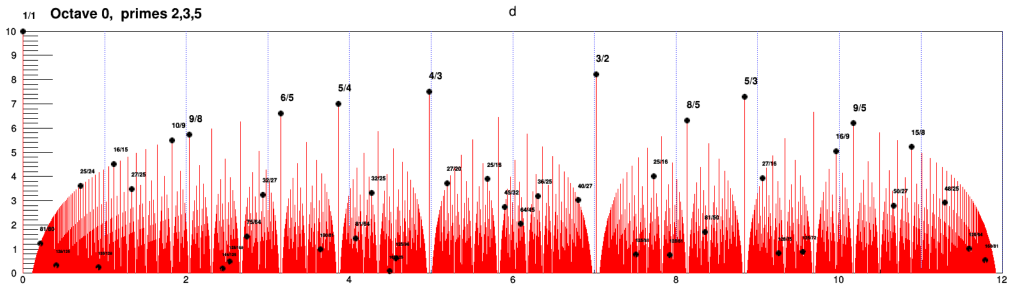
Remarque 5.5.1. On a décidé de séparer cette section, car il ne s'agit pas de "théories scientifiques", i.e. validées : leur pertinence ou véracité n'est pas certaine (et même souvent douteuse). Elles ont cependant un intérêt historique et culturel.

— La **théorie musicale** de pythagore (à la suite des babyloniens) ne considérait que les intervalles a/b construits à partir des entiers $2, 3$. Ex : $\frac{4}{3} = \frac{2.2}{3}$. Contre-exemple : $\frac{5}{4}, \frac{7}{5}$. D'après la figure suivante, cette théorie ne permet de décrire que très peu d'intervalles résonants.



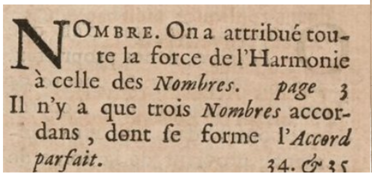
On peut donc observer qu'elle n'est pas pertinente musicalement.

— La **théorie musicale** de Zarlino **(1558)** ne considérait que les intervalles a/b construits à partir $2, 3, 5$. Ex : $\frac{4}{3} = \frac{2.2}{3}$, $\frac{6}{5} = \frac{2.3}{5}$. Contre-exemple : $\frac{7}{5}$.

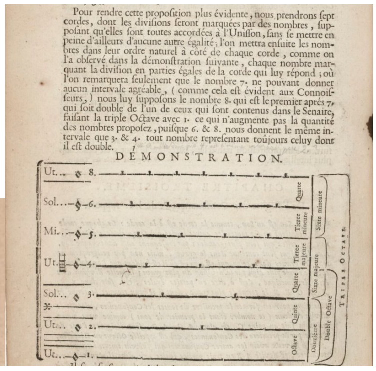


On peut observer que la plupart des intervalles juste importants sont bien décrits, même si il manque 3 rationnels importants : $\frac{7}{6}$ (tièrce mineure), $\frac{7}{5}$ (triton) et $\frac{7}{4}$ (septième mineure).

— **J.P. Rameau, "Traité de l'harmonie" (1722),** qui est encore une référence, écrit p.xv que la musique repose sur les chiffres $(2, 3, 5)$ seulement. Page 4 il exclut le nombre 7 car "ne pouvant donner aucun intervalle agréable, c'est évident aux connaisseurs" :



NOMBRE. On a attribué toute la force de l'Harmonie à celle des *Nombres*. *page* 3
Il n'y a que trois *Nombres* accordans, dont ſe forme l'*Accord parfait*. 34. & 35



Pour rendre cette propoſition plus évidente, nous prendrons ſept cordes, dont les diviſions ſeront marquées par des nombres, ſuppoſant qu'elles ſont toutes accordées à l'Uniſſon, ſans ſe mettre en peine d'ailleurs d'aucune autre égalité; l'on mettra enſuite les nombres dans leur ordre naturel à côté de chaque corde, comme on l'a obſervé dans la démonſtration ſuivante, chaque nombre marquant la diviſion en parties égales de la corde qui luy répond; où l'on remarquera ſeulement que le nombre 7. ne pouvant donner aucun intervale agréable, (comme cela eſt évident aux Connoiſſeurs,) nous luy ſuppoſons le nombre 8. qui eſt le premier aprés 7. qui ſoit double de l'un de ceux qui ſont contenus dans le Senaire, faiſant la triple Octave avec 1. ce qui n'augmente pas la quantité des nombres propoſez, puiſque 6. & 8. nous donnent le même intervale que 3. & 4. tout nombre repreſentant toûjours celuy dont il eſt double.

DÉMONSTRATION.

Cette affirmation pas vraiment justifiée peut nous surprendre.

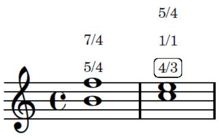
- Ces rapports 11/2 ou 13/2 en "quarts de tons", semblent être utilisés en **musique arabe**. (?)
- **Humour :** sketch de Kammelott (Alexandre Astier). On entend l'unisson 1/1, quarte 4/3, quinte 3/2, tierce mineure 6/5, quinte diminuée 7/5 appelé "Diabolus In Musica" au moyen âge par Guido d'Arezzo 1050(?) (reference). Video.

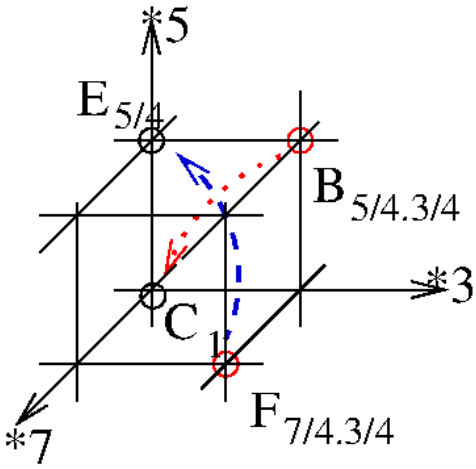
5.5.0.1 Tonnetz de Euler

L'idée d'utiliser le réseau $\mathbb{Z}^P$ vient de Euler (en 1739, il a 24 ans), qu'il appelle réseau **tonnetz** dans son livre « Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae ».

5.5.1 Enchaînement d'accords

- Dans la musique occidentale il y a un enchainement d'accord très courant, appelé la **"Résolution du triton" ou** résolution de la sensible**".** On peut l'interpréter sur le tonnetz comme l'intervalle juste **de triton** $\frac{7}{5}$ vers la **tierce majeure** $\frac{5}{4}$: il y a un mouvement d'un demi-ton de $F \to E$ (en tirets bleus) dont la fraction est $\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{21} \simeq (1.050)^{-1}$. Il y a aussi un mouvement d'un demi-ton $B \to C$ (en pointillés rouges) dont la fraction est $\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{15} \simeq 1.066$. (On rappelle que le demi-ton chromatique est $2^{1/12} \simeq 1.059$). Video, et avec la basse virtuelle : Video.





— **(Cadences II-V-I** Majeure : Video et mineure Video.)

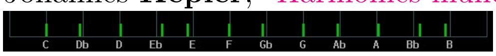
— **Enchaînement d'accords** basée sur trois "petits déplacements" $\frac{20}{21}, \frac{16}{15}, \frac{8}{9}$: Video, et avec la basse virtuelle : Video.
  — Rem : vraie musique jouée par Miles Davis, Sam Jones, Hank Jones : Video.

5.5.2 La théorie des tempéraments

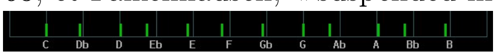
(ref : Benson chap. 5).

— Un **tempérament** est un "bon" choix de 12 notes par octave pour accorder un instrument. Il est naturel de choisir ces 12 notes parmi les notes du tonnetz (modulo l'octave). Mais le tonnetz est infini, donc ce choix est arbitraire. Un choix « raisonable » de tempérament est un tempérament contenant des intervalles justes « importants » ou « utiles ».

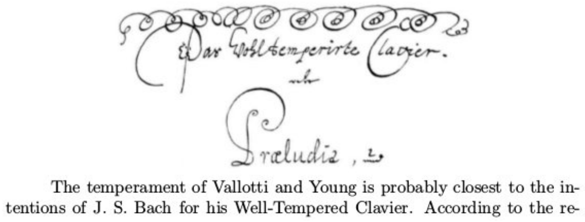
— A partir du XIXeme siècle, en occident il a été convenu d'utiliser le tempérament égal qui n'est pas juste, afin de simplifier et d'oublier ces questions.

— **Exemples** :
  — Johannes **Kepler**, "Harmonies mundi" 1619. Video
  

  — J.J. Rousseau"Dictionnaire de la musique" 1768. Video
  

  — Tempérament de cloches chinoises de 433 B.C. (ref : article de Cohn 1997, page 63, et Falkenhausen, « suspended music.. » p.284) Video.
  

  — J.S. **Bach**, "Clavier bien tempéré", 1722. (ref : Benson p.188)

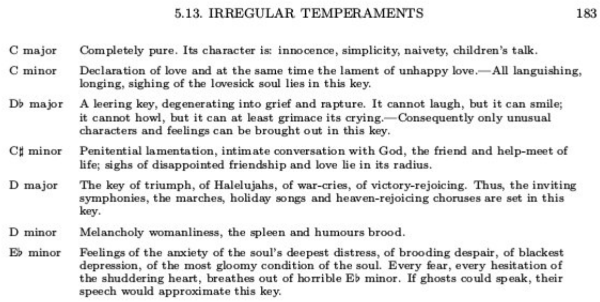


The temperament of Vallotti and Young is probably closest to the intentions of J. S. Bach for his Well-Tempered Clavier. According to the re-

- Tempérament pythagoricien

Db	Ab	Eb	Bb	F	C	G	D	A	E	B	F#

  - Utilisation : la **"modulation"** : on utilise un mode heptatonique parmi les 5 qu'elle contient, et on passe de l'un à l'autre.
  - Intérêt : on accorde une harpe de façon fixée.
  - Remarque : la quinte F#-Db est fausse appelée « **quinte du loup** », les musiciens au moyen âge l'évitait.
- —
- Dans un tempérament juste (non égal), les transpositions donnent des gammes différentes. Conseils de Christian Schubart en 1784 (ref : Benson p.183)

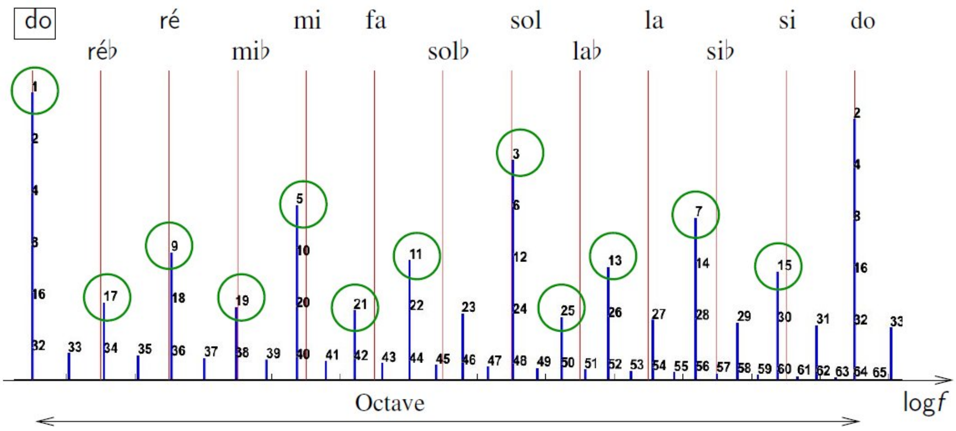


5.13. IRREGULAR TEMPERAMENTS 183

C major	Completely pure. Its character is: innocence, simplicity, naivety, children's talk.
C minor	Declaration of love and at the same time the lament of unhappy love.—All languishing, longing, sighing of the lovesick soul lies in this key.
D♭ major	A leering key, degenerating into grief and rapture. It cannot laugh, but it can smile; it cannot howl, but it can at least grimace its crying.—Consequently only unusual characters and feelings can be brought out in this key.
C♯ minor	Penitential lamentation, intimate conversation with God, the friend and help-meet of life; sighs of disappointed friendship and love lie in its radius.
D major	The key of triumph, of Halelujahs, of war-cries, of victory-rejoicing. Thus, the inviting symphonies, the marches, holiday songs and heaven-rejoicing choruses are set in this key.
D minor	Melancholy womanliness, the spleen and humours brood.
E♭ minor	Feelings of the anxiety of the soul's deepest distress, of brooding despair, of blackest depression, of the most gloomy condition of the soul. Every fear, every hesitation of the shuddering heart, breathes out of horrible E♭ minor. If ghosts could speak, their speech would approximate this key.

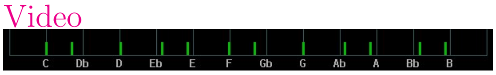
- **Le tempérament harmonique :** avec **Magic Malik en concert le 27/2/2015 :**

  - on a fait des morceaux utilisant le **"tempérament des harmoniques"** (cercles verts) :
    Son à 43", , Video concert, à 30".
    Son : à 7'03" et 11"10".



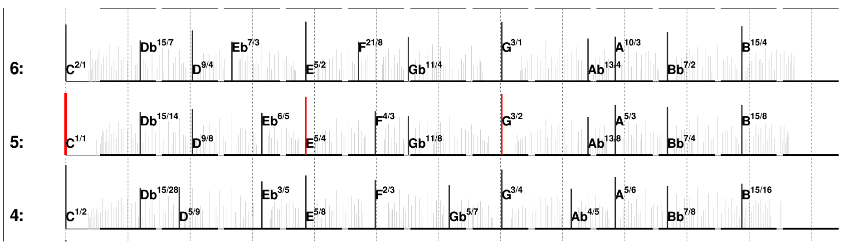
—

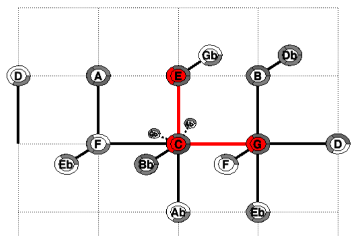
— on a fait des morceaux utilisant le **"tempéraments box"** sur le réseau (3,5,7) Video



5.5.2.1 Le tempérament adaptatif

Définition 5.5.2. Si un accord $A = \{f_1, f_2, \dots f_n\}$ est présent, le **choix d'une prochaine note** de fréquence f_{n+1} dans un intervalle donné de 1 octave/12 ($=\frac{1}{2}$ton) est tel qu'il **minimise la dissonance** du nouvel accord $A' = A \cup \{f_{n+1}\}$.





— Remarques :
  — Invariant par transposition mais **non commutatif** : $C_0 - G_0 - Bb_0 - Eb_0 \neq C_0 - G_0 - Eb_0 - Bb_0$.
  — Décalage possible du « diapason » si on s'éloigne sur le tonnetz.
  — Le résultat dépend très peu du choix de la fonction $D\,(a/b) = \log\,(ab)$.
— Exemple du morceau du concert Video du tonnetz avec basse et sifflet. Son, concert à 6'10" et 8'10".

5.6 Conventions d'écriture de la musique

5.7 Analyse harmonique en musique classique

5.8 Analyse harmonique en jazz

5.9 Autres théories

5.9.1 Musique indienne

Melakarta : 72 gammes.

Exemple 5.9.1. Exemple d'utilisation du raga Manirangu, is a janya raga, derived from Kharaharapriya which is 22nd on the Melakarta scale : raga Manirangu

5.9.1.1 Definition :

1) Raga Saddha Madhyana
contains C,F,G
2) Raga Prati Madhyana
contains C,F#,G
and :
Db or D or D#
Ebb or Eb or E
Ab or A or A#
Bbb or Bb or B
but with no collision.
We use lexyco order.
i.e. start with
C,Db,Ebb,F,G,Ab,Bbb,C
C,Db,Ebb,F,G,Ab,Bb,C
etc
Raga with the same first tetrachord are in the same Chakra (=family).
-> 12 Chakra, each contains 6 Raga
This gives 72 raga.

Sno	**Carnatic music svara**	**Label**	**Frequency ratio**	**Se**
				1
1	Shadja (Tonic)	S	1.0	1
2	Shuddha rishaba	R1	(16/15)	14
3	Chatushruthi rishaba	R2	(9/8)	15
4	Shatshruthi rishaba	R3	(6/5)	16
3	Shuddha gAndhara	G1	(9/8)	15
4	ShAdhArana gAndhara	G2	(6/5)	16
5	Anthara gAndhara	G3	(5/4)	17
6	Shuddha madhyama	M1	(4/3)	1
7	Prati madhyama	M2	(17/12)	19
8	Panchama	P	(3/2)	20
9	Shuddha daivatha	D1	(8/5)	22
10	Chatushruthi daivatha	D2	(5/3)	23
11	Shatshruthi daivatha	D3	(9/5)	24
10	Shuddha nishAdha	N1	(5/3)	2
11	Kaisika nishAdha	N2	(9/5)	24
12	KAkali nishAdha	N3	(15/8)	25

A Twelve-tone system of Carnatic mu

Interval Name(s)	Abbrev-iation(s)	Frequency Ratio	J (Ce
- Sa	S	1 : 1	0
- Shuddha Ri	R1	16 : 15	11
- Chathusruthi Ri or Shuddha Ga	R2 or G1	9 : 8	20
- Shatsruthi Ri or Sadharana Ga	R3 or G2	6 : 5	31
- Anthara Ga	G3	5 : 4	38
- Shuddha Ma	M1	4 : 3	49
- Prati Ma	M2	45 : 32	59
- Pa	Pa	3 : 2	70
- Shuddha Dha	D1	8 : 5	81
- Chathusruthi Dha or Shuddha Ni	D2 or N1	27 : 16	90
- Shatsruthi Dha or Kaisiki Ni	D3 or N2	9 : 5	10
- Kakali Ni	N3	15 : 8	10
- Sa	$\dot{S}$	2 : 1	12

B Chromatic scale of Western music

Interval Name(s)	Abbrev-iation(s)	Frequency Ratio	J (Ce
- Perfect Unison	P1	1 : 1	0

Svara / Note	Hindustani name	Staff note	Western s Interval nam
Sa	Shadja	C	Perfect unis
re	Shuddha rishab	D	Major secon
ga	Komal gandhar	E♭	Minor third
Ma	Shuddha madhyam	F	Perfect fourt
Pa	Pancham	G	Perfect fifth
Dha	Shuddha daivat	A	Major sixth
ni	Komal nishad	B♭	Minor seven

Note: Interval names, abbreviations, frequency ratios, and sizes in cent

5.9.2 Musique dodécaphonique, sérielle

Document sur les **signatures tonales** et modes à **transposition limité**.

Exercice 5.9.2. "Signature tonale majeur". Dans la définition de signature tonale il y a l'hypothèse d'ensemble minimal. Considérer l'ensemble de notes C, E, F, G, B qui est la signature tonale majeur CM et démontrer qu'il est bien minimal.

Solution 5.9.3. Pour montrer que l'ensemble C, E, F, G, B est minimal, on montre que si on enlève une note alors l'ensemble obtenu appartient aussi à d'autres gammes tonales :

- E,F,G,B est aussi dans Dmin-mel
- C,F,G,B est aussi dans Cmin-mel
- C,E,G,B est aussi dans Gmaj
- C,E,F,B est aussi dans Amin-harm
- C,E,F,G est aussi dans Fmaj

5.10 Rythmes et poly-rythmes

Isorythmie, voir aussi Isorythmie sur wikipedia (terme inventé par Friedrich Ludwig début XXieme), l'ancien terme est "talea-color".