

Projet de magistère : Peut-on entendre le son d'un tambour ?

Le but de ce projet sera de comprendre l'interprétation mathématique de la question "peut-on entendre le son d'un tambour?" et de comprendre le contre-exemple de Buser, Conway, Doyle et Semmler.

Etape 1 Résoudre l'équation d'onde pour une corde tendue pincée en utilisant les séries de Fourier. Expliquer le lien entre la longueur de la corde, la note entendue et ses harmoniques. Explorer la différence de timbre de la note produite selon le point auquel la corde est pincée.

Etape 2. Poser les équations d'onde pour les vibrations d'un tambour. Le tambour est une région deux-dimensionnelle T , avec un bord δT . En vous appuyant sur l'étape 1, expliquer le lien entre :

1. les fonctions f sur T telles que $\Delta(f) = \lambda f$ pour une constante réelle λ et $f|_{\delta T} = 0$,
2. les harmoniques présentes dans la note produites quand on fait sonner le tambour.

Etape 3. Trouver explicitement les fonctions propres du Laplacien pour un tambour rectangulaire.

Etape 4 Donner la formulation mathématique de la question "peut-on entendre la forme d'un tambour?". Expliquer la construction de Buser, Conway, Doyle et Semmler de deux tambours de formes différentes qui produisent le même son.

Etape 5 (Si le temps permet). Ecrire un programme permettant de trouver (une approximation des) premiers valeurs propres du Laplacien sur une région donnée, et essayer quelques exemples.

Références

- [1] Peter Buser, John Conway, Peter Doyle and Klaus-Dieter Semmler, Some planar isospectral domains, <http://www.geom.uiuc.edu/docs/doyle/drum/cover/cover.html>
- [2] Peut-on entendre la forme d'un tambour? Jean-Pierre Bourguignon, Revue du Palais de la découverte, n 231, oct. 95 pp 23-38.

- [3] Pierre Bérard “On ne peut pas entendre la forme d’un tambour”
http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/pberard/Vulgarisation/tambours-2004_science_de_tous_les_savoirs_c.pdf