Relativité générale

La **relativité générale** est une théorie relativiste de la gravitation, c'est-à-dire qu'elle décrit l'influence sur le mouvement des astres de la présence de matière et, plus généralement d'énergie, en tenant compte des principes de la relativité restreinte. La relativité générale englobe et supplante la théorie de la gravitation universelle d'Isaac Newton qui en représente la limite aux petites vitesses (comparées à la vitesse de la lumière) et aux champs gravitationnels faibles.

La relativité générale est principalement l'œuvre d'Albert Einstein, dont elle est considérée comme la réalisation majeure, qu'il a élaborée entre 1907 et 1915. Les noms de Marcel Grossmann et de David Hilbert lui sont également associés, le premier ayant aidé Einstein à se familiariser avec les outils mathématiques nécessaires à la compréhension de la théorie (la géométrie différentielle), le second ayant franchi conjointement avec Einstein les dernières étapes menant à la finalisation de la théorie après que ce dernier lui en eut présenté dans le courant de l'année 1915 les idées générales.

La relativité générale est fondée sur des concepts radicalement différents de ceux de la gravitation newtonienne. Elle énonce notamment que la gravitation n'est pas une force, mais la manifestation de la courbure de l'espace (en fait de l'espace-temps), courbure elle-même produite par la distribution de l'énergie, sous forme de masse ou d'énergie cinétique, qui diffère suivant le référentiel de l'observateur[note 1]. Cette théorie relativiste de la gravitation prédit des effets absents de la théorie newtonienne mais vérifiés, comme l'expansion de l'Univers, ou potentiellement vérifiables, comme les ondes gravitationnelles et les trous noirs. Elle ne permet pas de déterminer certaines constantes ou certains aspects de l'univers (notamment son évolution, s'il est fini ou non, etc.) : des observations sont nécessaires pour préciser des paramètres ou faire des choix entre plusieurs possibilités laissées par la théorie.

Aucun des nombreux tests expérimentaux effectués à ce jour (2011) n'a pu la mettre en défaut[note 2]. Toutefois, des questions restent sans réponse : principalement sur le plan théorique, comment la relativité générale et la physique quantique peuvent être unies pour produire une théorie complète et cohérente de gravité quantique[note 3] ; et sur le plan des observations astronomiques ou cosmologiques, comment concilier certaines mesures avec les prévisions de la théorie (matière noire, énergie sombre).

Sommaire

Vulgarisation

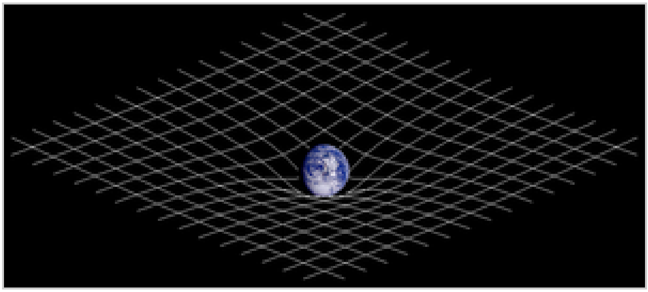
Cette section **ne cite pas suffisamment ses sources**. Pour l'améliorer, ajouter en note des références vérifiables ou les modèles {{refnec}} ou {{refsou}} sur les passages nécessitant une source.

Une analogie permettant une visualisation de la relativité consiste à représenter l'espace en dimension 2 comme une nappe tendue se déformant sous le poids des objets que l'on y met. Si la nappe est bien tendue et sans corps dessus, une bille légère que l'on fait rouler dessus passe en ligne droite. Si on y place une boule lourde au centre, la nappe est déformée et la bille légère ne va plus en ligne droite, et même peut tomber vers la boule lourde.

L'espace-temps n'est pas à deux dimensions, mais à quatre (trois d'espace et une de temps) et toutes les quatre sont déformées par la présence d'une masse.

Généralités

Nécessité d'une théorie relativiste de la gravitation



La présence de matière modifie la géométrie de l'espace-temps.

La théorie de la gravitation universelle proposée par Newton à la fin du XVII^{e} siècle se fonde sur la notion de force par une action à distance, c'est-à-dire le fait que la force exercée par un corps (par exemple le Soleil) sur un autre (la Terre) est déterminée par leur position relative à un instant donné, et ce quelle que soit la distance les séparant, et cette force s'exerçant de manière instantanée. Ce caractère instantané est incompatible avec les principes de la relativité restreinte suivant lesquelles aucune information ne peut se propager plus vite que la vitesse de la lumière dans le vide. Ceci amène Einstein dès 1907 à réfléchir à une théorie de la gravitation qui soit compatible avec la relativité restreinte. Le résultat de sa quête est la théorie de la relativité générale.

De la relativité de Galilée à la relativité restreinte

Histoire de la relativité restreinte

Au XVI^{e} siècle, Galilée affirme (en argumentant notamment au sujet du mouvement des navires) que les lois de la physique sont les mêmes dans des référentiels en translation rectiligne et uniforme les uns par rapport aux autres. C'est le principe de relativité galiléenne.

Il utilisera aussi l'additivité des vitesses, dont une conséquence est que n'importe quelle vitesse peut être atteinte, le tout n'étant qu'une question de moyens. Si une balle roule à 10 km/h dans un train (et dans le sens de la marche) qui va lui-même à 100 km/h par rapport au sol, alors la balle va à 110 km/h par rapport au sol.

Dans sa Mécanique, Isaac Newton présupposait que les corps étaient dotés d’une vitesse absolue, autrement dit qu’ils étaient soit « réellement » au repos, soit « réellement » en mouvement. Il remarqua aussi que ces vitesses absolues étaient non mesurables autrement que relativement aux vitesses des autres corps (de la même manière, la position d’un corps n’était mesurable que relativement à celle d’un autre corps, etc.). En conséquence, toutes les lois de la mécanique newtonienne devaient opérer à l’identique quel que soit le corps considéré et quel que soit son mouvement.

Cependant, Newton pensait que sa théorie ne pouvait avoir de sens sans l’existence d’un référentiel fixe absolu dans lequel la vitesse de tout corps pourrait être mesurée, même si celui-ci ne pouvait être détecté.

En fait, il est possible en pratique de bâtir une mécanique newtonienne sans cette hypothèse : la théorie résultante (nommée d’ailleurs relativité galiléenne) n’a d’ailleurs pas d’intérêt opérationnel particulier et ne doit pas être confondue avec la relativité d'Einstein qui implique *en plus* la constance de la vitesse de la lumière dans tous les référentiels et *en moins* l’hypothèse galiléenne que les vitesses relatives s’additionnent (ces deux postulats sont en effet mutuellement incompatibles).

Au XIX^e siècle, le physicien écossais James Clerk Maxwell formula un ensemble d'équations, les équations du champ électromagnétique, qui conduisait à prédire la propagation d'ondes électromagnétiques de vitesse $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ dans un milieu électrostatique de constante ϵ_0 et magnétostatique de constante μ_0. Cette vitesse phénoménalement élevée, même dans un milieu raréfié comme l'air, avait la même valeur que la vitesse de propagation de la lumière. Il proposa que la lumière ne soit rien d'autre qu'une onde électromagnétique.

Les théories corpusculaires de la lumière semblaient compatibles avec le principe de relativité de Galilée ainsi que la théorie de Maxwell qui penchait en faveur de l'existence d'un éther luminifère envisagé par Huygens. Mesurer la vitesse du système solaire par rapport à ce milieu élastique fut l'objet des expériences d'interférométrie menées par Michelson et Morley. Leurs expériences ont démontré que le vent apparent d'éther était nul, quelle que soit la période de l'année. Supposer que l'éther était constamment accroché à la Terre aurait été une remise en cause trop grave du principe de relativité de Galilée. D'autre part, l'éther présentait l'inconvénient d'être à la fois impalpable et très *rigide* puisque capable de propager les ondes à une vitesse phénoménale.

Il fallut attendre Albert Einstein en 1905 pour remettre en cause radicalement la notion d'éther, porter au plus haut le principe de relativité de Galilée en postulant que les équations de Maxwell obéissent elles-mêmes à ce principe, et en tirer les conséquences révolutionnaires dans un article resté célèbre : *De l'électrodynamique des corps en mouvement*.

C'est la naissance de la relativité restreinte :

- le principe de relativité de Galilée est conservé ;
- l'invariance des équations de Maxwell (par changement de référentiel inertiel) entraîne immédiatement la constance de la vitesse de la lumière c dans tous les référentiels galiléens : l'additivité des vitesses n'est plus vraie et la vitesse de la lumière est inatteignable (sauf pour la lumière, qu'elle soit considérée comme une onde ou comme constituée de photons, particules de masse nulle) ;
- les mesures de longueur, d'intervalle de temps, (et de vitesse) ne sont pas les mêmes suivant le référentiel de l'observateur : mesurer la longueur du wagon donne des résultats différents suivant que l'on est dedans ou que l'on est immobile au sol (mais ce n'est pas le cas pour la largeur du wagon, longueur perpendiculaire à la vitesse) ; de même pour l'écoulement du temps ; le champ électrique devient magnétique et réciproquement. Toutes ces transformations des systèmes de coordonnées du continuum espace-temps et du champ électromagnétique sont formalisées par les transformations de Lorentz (paradoxalement mises au point par Lorentz et Henri Poincaré pour défendre l'existence de l'éther[réf. nécessaire]) ;
- la notion de temps absolu disparait : deux horloges identiques situées dans deux référentiels galiléens différents ne battent pas au même rythme (plus précisément, il n'est pas possible de les garder synchronisées).

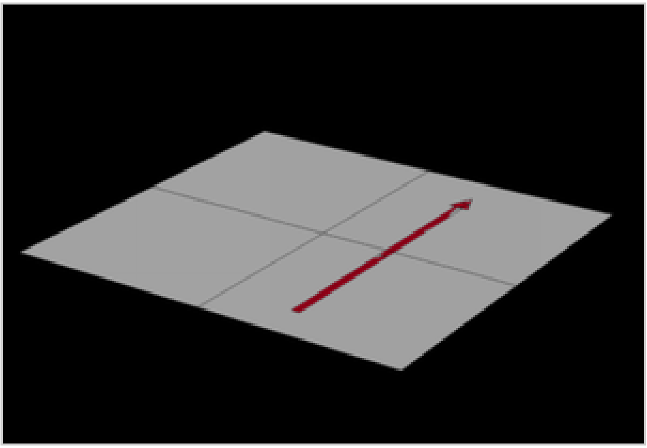
En écrivant l'expression de l'énergie cinétique d'un corps de masse m de la manière la plus simple respectant le principe de relativité, Einstein a fait apparaitre une énergie au repos : $E_{(0)} = m_{(0)}.c^2$ qui sera mesurée par la suite dans les phénomènes de fusion et de fission nucléaires (mais qui se manifeste aussi dans les réactions chimiques ainsi que dans tout échange énergétique, même si ce n'est pas encore directement détectable).

De la relativité restreinte à la relativité générale

Article détaillé : Histoire de la relativité générale.

La *théorie de la relativité restreinte* (1905) modifiait les équations utilisées pour comparer les mesures de longueur et de durée faites dans différents référentiels en mouvement les uns par rapport aux autres. Cela eut pour conséquence que la physique ne pouvait plus traiter le temps et l'espace séparément, mais seulement comme un espace à quatre dimensions, appelé l'espace-temps de Minkowski.

En effet, lors de mouvements à des vitesses non négligeables devant c (vitesse de la lumière dans le vide), temps et espace s'altèrent de façon liée, un peu comme deux coordonnées d'un point en géométrie analytique s'altèrent de façon liée lorsqu'on pivote les axes du repère.


Espace plat

Par exemple, en géométrie euclidienne habituelle la distance Δl entre deux points de coordonnées (x, y, z) et (x', y', z') vérifie $(\Delta l)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$ (avec $\Delta x = x' - x$, etc.), mais dans l'espace de Minkowski deux points sont repérés par les coordonnées (t, x, y, z) et (t', x', y', z'), où t et t' sont les coordonnées de temps, et la « distance », alors notée Δs, entre ces points vérifie[note 4]

$(\Delta s)^2 = -(c.\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$. Ce calcul donne une « distance » nulle entre deux points du parcours d'un rayon lumineux. Il donne aussi toutes les mesures de longueurs matérielles, des intervalles de temps, des vitesses en relativité restreinte, qui suscitent toujours l'étonnement.

L'espace-temps de Minkowski étant néanmoins de courbure nulle (c'est-à-dire plat) on le qualifie d'espace *pseudo euclidien*[1].

Tel devait être, pour Einstein, l'espace sans gravitation (et sans accélération pour l'observateur). La gravitation newtonienne, se propageant instantanément, n'est pas compatible avec l'existence d'une vitesse limite : Einstein se mit donc en quête d'une nouvelle théorie de la gravitation.

Il admit l'égalité entre la masse gravitationnelle et la masse inertielle comme hypothèse, la fameuse formule $E = mc^2$ autorisant alors à utiliser l'énergie totale d'un corps en lieu et place de sa masse. Ce sera fait grâce à l'outil mathématique nommé tenseur énergie.

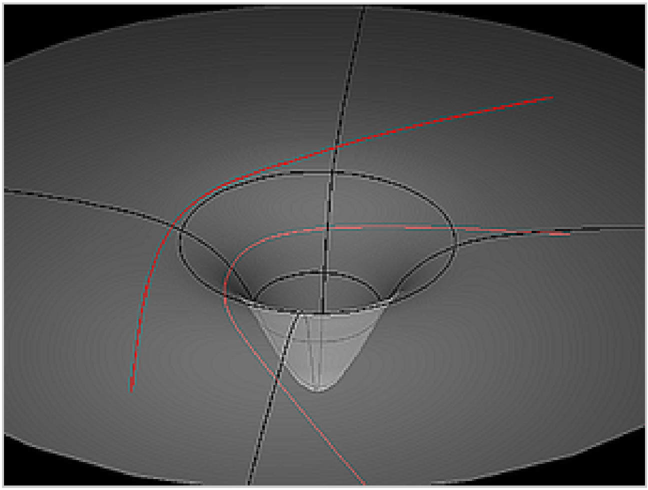
Expert en expériences de pensée, il imagina un disque en rotation regardé par un expérimentateur placé en son centre et tournant avec : comme pour Huygens, il y a une force centrifuge au niveau du périmètre qui est perçue comme une force gravitationnelle (car la masse gravifique et la masse inerte sont égales par hypothèse). De plus, en voulant rester dans le cadre de la relativité restreinte, il conclut que l'observateur doit constater la réduction du périmètre mais pas du rayon : ce n'est pas possible dans un espace plat. Conclusion : la gravitation oblige à utiliser une géométrie non euclidienne.

Einstein imagina un expérimentateur enfermé dans un ascenseur aux parois opaques, subissant une montée à accélération constante : l'ascenseur d'Einstein dans lequel il est impossible pour une personne de savoir s'il y a accélération constante ou bien attraction gravitationnelle constante (car la masse gravifique et la masse inerte sont égales par hypothèse). Conclusion : équivalence *locale* entre mouvement accéléré et gravitation, ce qui devait se retrouver dans les équations *différentielles* de la nouvelle théorie. C'est son principe d'équivalence.

Enfin, Einstein voulait trouver une expression des lois de la nature (à l'époque : dynamique, gravitation et électromagnétisme) qui soit inchangée quel que soit le référentiel (accéléré ou galiléen, etc.) : c'est la relativité galiléenne généralisée à tous les repères (on nomme cela la covariance).

La grande difficulté étant de mettre ces principes sous forme mathématique, il en discuta avec David Hilbert qui, d'abord dubitatif, faillit lui ravir la vedette en trouvant la théorie en même temps que lui (voir : Controverse sur la paternité de la relativité).

La *relativité générale* ajouta à la relativité restreinte que la présence de matière pouvait déformer localement l'espace-temps lui-même (et non pas juste les trajectoires), de telle manière que des trajectoires dites géodésiques — c'est-à-dire intuitivement de longueur minimale — à travers l'espace-temps ont des propriétés de courbure dans l'espace et le temps. Le calcul de la « distance » dans cet espace-temps courbé est plus compliqué qu'en relativité restreinte, en fait la formule de la « distance » est créée par la formule de la courbure, et vice-versa.



Géodésiques

Les géodésiques sont les trajectoires vérifiant le principe de moindre action, suivies par les particules test (c'est-à-dire dont l'influence sur le champ de gravitation dans lequel elles se déplacent est négligeable, ce qui est le cas par exemple d'un satellite artificiel autour de la Terre ou bien d'un photon passant à côté du Soleil mais pas d'une étoile orbitant autour d'une autre dans un système binaire oscillant rapidement), elles ont donc une importance pratique très importante pour la compréhension intuitive d'un espace courbe.

Conséquences théoriques et observations

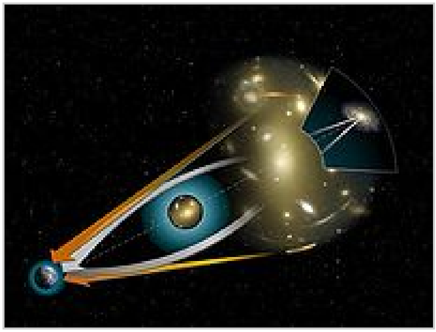
Phénomènes divers

Article détaillé : Tests expérimentaux de la relativité générale.

- Einstein calcula immédiatement (1915) la déviation des positions apparentes des étoiles par le Soleil : le 29 mai 1919, les mesures furent faites par Sir Arthur Eddington lors d'une éclipse solaire, et malgré quelques imprécisions de mesure, cela constitua une première confirmation de la théorie.
- Cette théorie prévoit une rotation lente de l'ellipse de révolution de Mercure qui concorde parfaitement avec les observations.
- La gravitation (forte) d'une planète doit y contracter les longueurs observées depuis une position lointaine. Cela n'a pu être observé directement à ce jour.
- La gravitation doit ralentir le temps mesuré à distance, donc modifier les fréquences et les longueurs d'onde des rayonnements reçus et émis à distance : on peut citer par exemple l'expérience de Pound-Rebka **(en)** à l'université Harvard (1959), qui a permis de détecter un changement de la longueur d'onde d'une source monochromatique de cobalt provoqué par le champ gravitationnel terrestre sur une altitude de 22,5 mètres. Une des conséquences pratiques est que les horloges atomiques en orbite autour de la Terre du système de positionnement GPS (*Global Positioning System*) nécessitent une correction pour compenser l'effet dû à la gravité terrestre.

Lentille gravitationnelle

Article détaillé : Lentille gravitationnelle.



Lentille gravitationnelle

La lumière suit les géodésiques (des lignes d'espace-temps) qui sont déformées aux abords d'un corps massif par effet de la gravitation. Par conséquent, et contrairement aux prévisions newtonniennes, la trajectoire de la lumière peut être fortement infléchie en présence d'un corps massif (une planète particulièrement massive) près de la trajectoire d'un rayon, et même deux rayons issus d'un même corps présent d'un côté de la planète massive, et dirigés dans des directions différentes, peuvent se rejoindre du côté opposé et créer une image dédoublée, une sorte de mirage d'origine gravitationnelle.

De tels phénomènes sont observés depuis de nombreuses années et pourraient servir à la détection de la matière noire présente dans l'univers.

Trou noir

Article détaillé : Trou noir.

À la suite de la découverte de la métrique de Schwarzschild (1916), il est apparu dans les équations que pour toute masse sphérique il existe une distance au centre (le rayon de Schwarzschild) où des phénomènes particuliers se manifestent, si la masse est de rayon inférieur : pour un observateur un peu éloigné, les corps s'approchant de ce rayon semblent s'immobiliser, ses horloges s'arrêter et ceci pour l'éternité ; de plus, mis à part les phénomènes gravitationnels, nulle information ne semble pouvoir venir de cette masse centrale, pas même la lumière, et la masse centrale elle-même n'est décelable que par ses effets gravitationnels.

Toutefois, ce rayon de Schwarzschild n'apparut d'abord que comme une possible singularité topologique de l'espace-temps, une absurdité qui marquait une limite de la théorie, ce qui ne satisfaisait pas Einstein. Entre 1938 (Georges Lemaître) et 1939 (Robert Oppenheimer) est émise l'hypothèse que c'était un phénomène réaliste, nommé *collapse gravitationnel*[2]. Dans les années 1960, la nature de ce phénomène a été précisée : il a été compris que le rayon de Schwarzschild n'est pas une singularité de l'espace-temps, mais seulement une singularité de la métrique utilisée due à la courbure de l'espace alors que la métrique est construite comme si l'espace était plat. Les phénomènes décrits par la métrique de Schwarzschild restent valables pour l'observateur éloigné, la métrique de Kruskal-Szekeres (1960) a permis de comprendre comment se fait le passage du rayon de Schwarzschild pour le voyageur[2].

Depuis, différents types de trous noirs ont été mis en évidence (avec ou sans charge ou moment cinétique), leur dynamique a été étudiée en détails, l'hypothèse de leur évaporation a été précisément formulée, et la notion, très hypothétique, de trou de ver a été avancée. L'observation et la détection des trous noirs est toujours l'objet de travaux intenses, mais de nombreux trous noirs (stellaires, intermédiaires et supermassifs) ont été détectés au delà de tout doute raisonnable.

Ondes gravitationnelles

Article détaillé : Onde gravitationnelle.

En considérant un champ de gravitation faible, la métrique g_{ij} s'écarte peu de la métrique η_{ij} de l'espace de Minkowski : $g_{ij} = \eta_{ij} + h_{ij}$. Avec la condition de petitesse de h_{ij} et en ajoutant une condition de jauge[3], le tenseur de Ricci peut prendre la forme simple $R_{ij} = \frac{1}{2}\Box h_{ij}$, où $\Box$ est le d'alembertien.

Dans le vide, l'équation d'Einstein s'écrit $\Box h_{ij} = 0$, ce qui est une équation d'onde. La gravitation peut donc, dans ces conditions, être considérée comme une onde.

On peut de même considérer la gravitation comme une perturbation ondulatoire par rapport à une métrique quelconque *non perturbée*, c'est-à-dire dans un espace-temps courbe, et on peut aussi considérer des *ondes gravitationnelles de forte intensité*, et étudier le rayonnement énergétique de ces ondes (en utilisant le tenseur énergie-impulsion)[4].

La détection de telles ondes est l'objet d'intenses recherches internationales, cependant, la petitesse des énergies mises en jeu les rend difficilement perceptibles. Les seules détections faites à ce jour sont indirectes : en 1974, une perte d'énergie a été observée dans un pulsar binaire (PSR 1913+16) et a été interprétée comme due à l'émission d'ondes gravitationnelles ; par la suite, de nombreuses observations plus précises n'ont fait que confirmer le modèle théorique ; on trouvera un exposé plus détaillé de ces observations dans la section correspondante de l'article *Pulsar binaire*.

La physique quantique permet d'émettre l'hypothèse qu'à cette onde est associée une particule responsable de l'interaction gravitationnelle : le graviton, de masse nulle car se déplaçant à la vitesse de la lumière dans le vide.

Modèles d'Univers

Article détaillé : Modèle cosmologique.

L'hypothèse de l'homogénéité et l'isotropie, qui constitue le principe cosmologique et qui est en accord avec les observations sur une grande échelle, implique que l'on peut choisir un temps universel tel que la métrique de l'espace soit la même à tout instant, pour tous les points et dans toutes les directions[5], ce qui est compatible avec la théorie du Big Bang qui prévaut actuellement.

À partir des équations d'Einstein, plusieurs modèles d'Univers sont possibles. En 1915, Einstein concevait l'Univers comme stationnaire, ce que les observations cosmologiques ont contredit. Plus tard Alexandre Friedmann et Georges Lemaître ont proposé des modèles non stationnaires : la métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker montre que trois modèles homogènes et isotropes de l'Univers sont possibles suivant la valeur d'un paramètre dans la métrique : espace plat (en moyenne), à courbure positive (univers dit *fermé* : de volume fini), ou à courbure négative (univers dit *ouvert* : de volume infini). D'autres modèles cosmologiques, plus *exotiques*, sont compatibles avec les équations de la relativité générale. Par exemples : l'Univers de de Sitter correspondant en physique un univers homogène, isotrope, vide de matière et ayant une constante cosmologique positive ; l'univers mixmaster qui est un univers vide de matière, homogène mais anisotrope, dont le taux d'expansion diffère dans les trois directions d'espace ; l'Univers de Gödel qui ne respecte pas le principe de causalité.

Résumé de la théorie

Le mouvement d'une masse d'épreuve (très petite) soumise uniquement à la gravitation des masses environnantes est en fait un mouvement inertiel dans un espace-temps courbé par ces masses (la courbure observée dépend aussi du référentiel de l'observateur). La ligne d'univers tracée dans cet espace-temps courbe est une géodésique pour une métrique obéissant aux équations non linéaires d'Einstein qui relient la courbure de l'espace-temps (vu depuis le référentiel choisi) et la présence de masses.

Référentiels et synchronisation des horloges

L'idée centrale de la relativité est que l'on ne peut pas parler de quantités telles que la vitesse ou l'accélération sans avoir auparavant choisi un cadre de référence, un *référentiel*. Tout mouvement, tout événement est alors décrit relativement à ce référentiel de l'*observateur*.

La relativité restreinte postule que ce référentiel doit être inertiel et peut être étendu indéfiniment dans l'espace et dans le temps.

Dans le but de ne privilégier aucun type de référentiels en particulier dans l'écriture des lois de la nature (principe de covariance générale), la relativité générale traite en plus les référentiels non inertiels, c'est-à-dire dans lesquels un corps *libre de toute contrainte* ne suit pas un mouvement rectiligne et uniforme. Dès lors, tout système de coordonnées est a priori admissible et, généralement, ses limites se révèlent à l'usage.

En physique classique, un exemple de référentiel non inertiel est celui d'un véhicule qui nous transporte et qui suit un virage : la force centrifuge que l'on ressent contrarie le mouvement inertiel des corps par rapport au véhicule. Un autre exemple est le référentiel lié à la terre, qui du fait de la rotation terrestre voit se manifester la force de Coriolis bien mise en valeur par le pendule de Foucault. Une *force centrifuge* est dite *fictive* car elle n'est qu'une manifestation de l'inertie (premier principe de Newton), et non pas due à l'application d'une force.

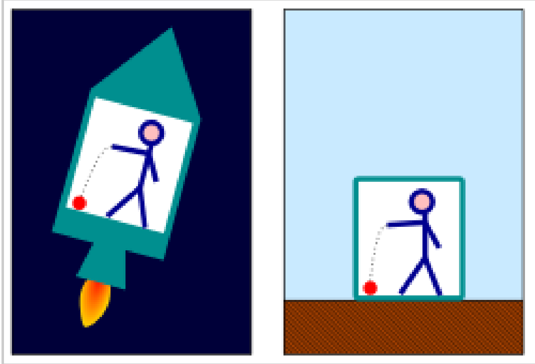
En relativité générale, il est admis que l'on ne peut définir un référentiel que localement et sur une période finie. Cette limitation est une nécessité car elle s'impose dans plusieurs cas :

- Cas le plus simple : un référentiel cartésien de l'espace en trois dimensions tournant sur lui-même autour d'un axe. L'utilisation de la relativité restreinte impose une contraction du périmètre du cercle de rotation qui aboutit à un périmètre nul à une certaine distance de l'axe de rotation. À cette distance, ce référentiel n'est plus utilisable.
- L'espace s'avérant courbe, en relativité générale, l'utilisation d'un référentiel *droit* (utilisé pour un espace euclidien ou pseudo-euclidien, comme l'espace de Minkowski) revient à projeter cet espace sur un espace euclidien, ce qui ne peut être que localement et provisoirement possible, de la même manière, qu'à cause de la courbure de la surface terrestre, on ne peut dessiner une carte plate sans distorsion que sur une région limitée. Un exemple célèbre est la métrique de Schwarzschild qui correspond à un référentiel sphérique pseudo-euclidien à quatre dimensions (applicable sans limitation à l'espace de Minkowski), et qui n'est plus valable à l'approche du rayon de Schwarzschild.
- La synchronisation des horloges se heurte à d'insurmontables difficultés : dans de nombreux cas il n'est pas possible de synchroniser parfaitement les horloges se trouvant sur un circuit fermé, ni même sur d'autres types d'*axes* de coordonnées car les propriétés de l'espace évoluant avec le système observé, des horloges initialement synchronisées se désynchronisent. On peut toutefois réussir cette synchronisation en plaçant l'observateur dans un référentiel synchrone (c'est-à-dire en chute libre dans le champ de gravitation) où sont choisis comme *axes* des géodésiques de l'espace-temps, évoluant au cours du temps de ce référentiel[6].

Principe d'équivalence

Article détaillé : Principe d'équivalence.

Parce qu'il n'a jamais été possible de mettre en évidence le moindre écart entre la **masse d'inertie** (résistance d'un corps à l'accélération) et la **masse pesante** (qui détermine son poids dans un champ de gravité), le *principe d'équivalence* en relativité générale postule qu'il n'y a pas lieu de distinguer **localement** un mouvement de chute libre dans un champ gravitationnel constant, d'un mouvement uniformément accéléré en l'absence de champ gravitationnel : la gravitation est (localement) équivalente au choix d'un référentiel accéléré pour l'observateur (accélération constante ou variable) par rapport à un référentiel inertiel ; elle n'est donc localement qu'un effet relativiste.



Version moderne de l'ascenseur d'Einstein : dans l'espace vide, une fusée subit une accélération constante.
La chute d'un objet vue par un observateur extérieur (à gauche), et vue par l'hôte de la fusée (à droite).

Ce résultat n'est que **local**, c'est-à-dire valable pour un espace restreint, « petit ». Dans un volume plus important et avec des accéléromètres sensibles, on distinguera au contraire très bien un champ de gravité (forces concourantes), une simple accélération (forces parallèles) et un effet centrifuge (forces divergentes). Mais dans un volume quasi-ponctuel, aucune mesure ne peut faire la distinction.

Cette équivalence est utilisée dans le cadre de l'entraînement des astronautes : ceux-ci montent dans des avions effectuant un vol parabolique où la force centrifuge contrebalance quelque temps les forces de gravité, simulant ainsi un peu plus d'une quinzaine de secondes la « chute libre » d'un corps satellisé (mais pour ce dernier la chute libre peut durer indéfiniment, puisque sa trajectoire est une boucle).

Conséquences du principe d'équivalence

Le principe d'équivalence permet d'écrire une nouvelle version des principes newtoniens conforme au cadre de cette théorie relativiste de la gravitation, mais pour retrouver -comme approximation- la loi universelle de la gravitation de Newton il faut attendre les équations d'Einstein qui relient la présence d'un corps massique et la courbure de l'espace qui l'environne.

Existence d'un référentiel inertiel en chaque point

En chaque point de l'espace-temps il existe un référentiel localement inertiel : un référentiel en chute libre (dans le champ de gravitation, s'il y en a) dans lequel tous les corps chutent simultanément au référentiel, si bien qu'ils ne paraissent subir aucune gravitation par rapport à ce référentiel. Par hypothèse un tel référentiel décrit un espace de Minkowski, localement. Ainsi le choix d'un référentiel fait-il disparaître, localement, les effets de la gravitation, ou bien il en crée ; mais ces effets ne sont que locaux.

La gravitation est déterminée par la métrique

En chaque point de l'espace-temps, la gravitation peut être décrite comme le choix pour l'observateur d'un référentiel non inertiel dans un espace plan. La métrique dans ce référentiel est la métrique dans un référentiel inertiel au même point mais exprimée avec les coordonnées du référentiel non-inertiel (ce qui peut donner des formules laborieuses). Les coefficients g^{ij} de cette expression quantifient la différence entre une métrique de référentiel inertiel et le référentiel de l'observateur : elles contiennent toutes les informations nécessaires pour passer d'un référentiel à l'autre, ainsi la gravitation ne dépend que de la métrique du référentiel de l'observateur.

Le temps propre τ du référentiel inertiel (Minkowskien) donne sa métrique et vérifie $c^2.d\tau^2 = dX_i.dX^i = g^{ij}.dx_i.dx_j$, où (x_i) sont les coordonnées dans le référentiel de l'observateur et (X_i) les coordonnées dans un référentiel inertiel au même point. En posant $dx^i = g^{ij}.dx_j$, avec la convention d'Einstein, on peut écrire $dx^i.dx_i = c^2.d\tau^2$.

Géodésiques

Article détaillé : Géodésique.

Le principe d'équivalence permettant d'affirmer que localement le champ de gravitation est équivalent à un choix de référentiel, et que l'on peut annuler (toujours localement et momentanément) les effets de la gravitation en choisissant un référentiel inertiel. La géodésique suivie par un corps est particulièrement simple dans cette théorie : c'est la courbe suivie par ce corps quand il se déplace sur la ligne droite d'un tel référentiel inertiel[note 5], mais vu depuis le référentiel de l'observateur. En général, à chaque instant du mouvement, le référentiel inertiel local est à redéfinir, et donc les géodésiques aussi, là est la complexité : les géodésiques sont des solutions d'équations différentielles définies dans le référentiel de l'observateur.


On suppose que dans le référentiel en chute libre les deux corps se suivent en ligne droite, à des vitesses différentes et constantes. Alors dans un référentiel où une gravitation -ou accélération- constante est ressentie, chacun suit une géodésique différente.

Comme dans le cas d'un espace plat où le référentiel de l'observateur est en rotation autour d'un axe, par rapport à un référentiel inertiel, l'observateur perçoit comme *courbés* les mouvements rectilignes uniformes du référentiel inertiel.

Il faut prendre garde au fait qu'à chaque instant, un nouveau référentiel inertiel peut être utilisé et qu'il est rare qu'un seul accompagne le corps en mouvement dans le référentiel de l'observateur : ça ne se rencontre que pour des situations purement académiques. Même dans un tel cas, il ne faut pas croire pour autant que si deux mobiles suivent la même ligne droite dans un référentiel inertiel, ils sembleront se suivre dans un référentiel non-inertiel : si le référentiel de l'observateur n'est pas inertiel, deux corps ayant des vitesses initiales différentes se déplacent sur des géodésiques différentes.

Dérivée covariante

Article détaillé : Dérivée covariante.

La dérivée covariante étant la dérivée le long des géodésiques, considérées comme des tangentes à la trajectoire, on comprend qu'ici elle soit indépendante du référentiel de l'observateur, et que ses calculs soient un peu laborieux car ils incluent un changement de référentiel pour passer de celui de l'observateur à un référentiel inertiel, différent à chaque instant car un référentiel n'est que localement et provisoirement inertiel. La dérivée covariante d'un quadri-vecteur est la dérivée le long de la géodésique qui relie deux positions successives (et infiniment proches) de ce vecteur.

La dérivée covariante d'un quadri-vecteur dans le référentiel quelconque est notée $\frac{\nabla u^i}{d\tau}$, où τ est le temps propre lié au quadri-vecteur. Le principe de correspondance consiste alors à considérer que là où il y a une égalité du type $m.\frac{d\vec{V}}{dt} = ...$, en physique classique, ou $m.\frac{dV^i}{d\tau} = ...$ en relativité restreinte, on peut écrire $m.\frac{\nabla v^i}{d\tau} = ...$ en relativité générale, à condition que le membre de droite de l'égalité ait aussi son équivalent dans cette théorie. Cela est rendu possible parce que, finalement, il s'agit de la même chose exprimée de manières différentes : des dérivations le long d'axes rectilignes de référentiels inertiels.

Dans le cas où, par rapport au référentiel inertiel, le quadri-vecteur est constant au cours du temps propre τ (mouvement inertiel), on a $\frac{\nabla u^i}{d\tau} = 0$.

Dynamique

Supposons que dans un référentiel quelconque soit exercée une force relativiste, sous la forme d'un quadri-vecteur $\left(f^i\right)_{i=0;1;2;3}$, sur le corps observé. Par changement de référentiel, on peut considérer cette force dans un référentiel d'inertie local par un quadri-vecteur $\left(F^i\right)_{i=0;1;2;3}$.

Du principe fondamental de la dynamique, $m.\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}$, en physique classique, on tire par le principe de correspondance $m.\frac{dV^i}{d\tau} = F^i$ en relativité restreinte, puis enfin $m.\frac{\nabla v^i}{d\tau} = f^i$, équation de la dynamique relativiste en présence d'un champ de gravitation.

L'équation d'Einstein

L'équation d'Einstein est l'expression mathématique de la Relativité Générale et plus généralement de toute la physique de la gravitation. Il s'agit d'une formule fondamentale, qui ne peut être dérivée d'une théorie sous-jacente dont elle dériverait.

Sa forme générale signifie :

$$\boxed{\begin{aligned}&\left(\text{Une mesure de la courbure moyenne de l'espace-temps}\right)\\&= \left(\text{Une mesure de la densité d'énergie}\right)\end{aligned}}$$

Cette équation exprime et concentre les idées principales d'Einstein gouvernant la relativité générale : le principe d'équivalence amène à affirmer que la gravitation n'est pas une véritable force. S'il n'existe aucune force pour dévier ou accélérer la trajectoire des objets, c'est que c'est l'espace-temps lui-même qui est déformé et la théorie de la gravitation doit se manifester sous forme d'une courbure de l'espace-temps. Les objets suivent des géodésiques, qui peuvent être considérées comme l'équivalent des lignes droites pour cet espace-temps courbé. L'utilisation du formalisme des tenseurs rend l'expression de cette loi indépendante des référentiels et est donc conforme au principe de relativité.

Cette équation est locale : elle indique la manière avec laquelle l'espace-temps se courbe en un *point* de l'espace-temps en fonction de la densité de matière qui s'y trouve et, réciproquement, la disposition ou l'évolution de la matière en un point en fonction de la courbure à ce point. L'espace-temps agit sur la matière, qui elle-même agit sur l'espace-temps. Cette rétroaction se traduit par une non-linéarité des équations d'Einstein, qui sont de ce fait extrêmement difficiles à résoudre de manière exacte. Le caractère local de l'équation a pour conséquence que selon la relativité générale, il n'existe pas d'action instantanée à distance : la matière courbe localement l'espace-temps, ce qui perturbe l'espace-temps un peu plus loin et ainsi de suite. Les perturbations gravitationnelles se propagent ainsi à la vitesse de la lumière.

Cette équation se traduit par un ensemble complexe d'équations différentielles d'un tenseur métrique g_{ij}. Néanmoins l'expression de cette équation reste concise et élégante, et est considérée par beaucoup de physiciens comme étant une des formules les plus importantes et les plus belles de la physique[7].

Ses solutions, qui sont des métriques de l'espace-temps, permettent de définir des modèles cosmologiques formalisant l'évolution à grande échelle de l'univers, de modéliser les propriétés d'objets astronomiques comme les trous noirs, ou de prédire l'existence d'ondes gravitationnelles. Elle incorpore bien entendu la loi universelle de la gravitation de Newton comme approximation dans le cas de champ gravitationnel faible.

Plus précisément, l'équation d'Einstein s'exprime sous la forme globale suivante :

$$\boxed{G_{ij} = \chi \, T_{ij}}$$

avec G_{ij} qui est le tenseur d'Einstein qui représente la courbure de l'espace-temps en un point, et T_{ij} qui est le tenseur énergie-impulsion représentant la contribution de toute la matière (et énergie) à la densité d'énergie en ce point du champ gravitationnel. Mais ce tenseur ne tient pas compte de l'énergie éventuellement présente dans le champ gravitationnel lui-même.

χ est un simple facteur dimensionnel, permettant d'exprimer l'équation dans les unités usuelles et de faire correspondre l'équation à la réalité physique et à la valeur observée de la constante gravitationnelle.

La manière la plus naturelle de représenter la courbure par un tenseur serait d'utiliser un tenseur de Riemann, qui est la façon la plus courante d'exprimer la courbure des variétés riemanniennes, l'espace-temps étant parfaitement représenté par une variété pseudo-riemannienne). Mais ce tenseur est d'ordre 4 (à 4 indices), alors que le tenseur énergie-impulsion est d'ordre 2 : 2 indices sont en effet suffisants pour décrire *toutes* les propriétés dynamiques de l'énergie et la matière, et construire un tenseur énergie-impulsion d'ordre 4 n'aurait aucun sens physique[8].

Il est donc nécessaire de construire un tenseur spécial représentant la courbure, ayant un sens physique et qui puisse être identifié au tenseur énergie-impulsion. C'est tout le travail qu'effectue Einstein entre 1913 et 1915, pour aboutir au tenseur d'Einstein, et à la formulation exacte de l'équation d'Einstein.

Le tenseur énergie-impulsion

Article détaillé : Tenseur énergie-impulsion.

Le tenseur énergie-impulsion représente la contribution de toute la matière (et de tous les champs *non gravitationnels*) à la densité d'énergie en un point.

Le tenseur énergie-impulsion possède une dérivée covariante nulle, et une dérivée covariante étant une « dérivée le long des géodésiques », cela traduit qu'un objet suivant une géodésique conserve son énergie.

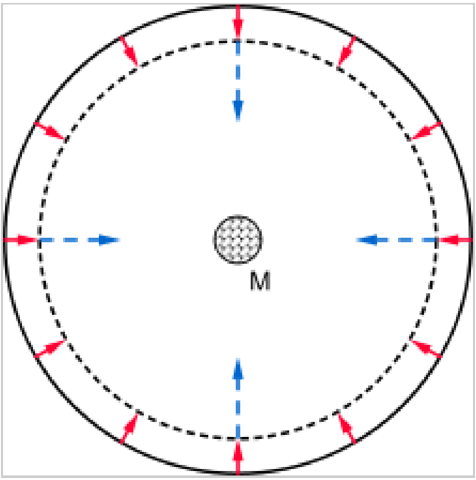
Toutefois, la dérivée covariante nulle du tenseur énergie-impulsion ne traduit pas la conservation de l'énergie-impulsion du corps en présence de gravitation, ni « la conservation de quoi que ce soit[9] », ce qui se comprend en remarquant que dans un référentiel non inertiel un corps initialement au repos peut acquérir de la vitesse sans pour autant changer de masse, ce qui correspond à une acquisition d'énergie cinétique : la loi de conservation de l'énergie d'un corps reste valable uniquement dans les référentiels inertiels[10].

Ce tenseur ne prend pas en compte l'énergie éventuellement présente dans le champ gravitationnel lui-même, quand celui-ci est dynamique (présence d'ondes gravitationnelles par exemple), cette expression ne représente pas la conservation *globale* de l'énergie. La conservation de l'énergie en présence d'un champ gravitationnel dynamique est un sujet délicat et non encore complètement résolu en relativité générale[11].

Le tenseur d'Einstein

Article détaillé : Tenseur d'Einstein.

Le tenseur d'Einstein est donc un tenseur qui, dans l'équation d'Einstein, représente la courbure et possède une signification physique, c'est-à-dire d'ordre 2, symétrique, possédant une dérivée covariante nulle, et qui permet de retrouver la loi de gravitation de Newton comme approximation avec des champs gravitationnels faibles et vitesses en jeu très inférieures à celle de la lumière.



Le tenseur de Ricci (composantes rouges) représente l'accélération à partir de l'état de repos d'une sphère de particules entourant une masse.

Il existe un moyen de construire un tenseur d'ordre 2 à partir d'un tenseur d'ordre 4 : effectuer une contraction du tenseur selon deux indices. Une telle contraction du tenseur de Riemann donne un tenseur connu sous le nom de tenseur de Ricci, noté R_{ij}.

Pour construire une équation physique, le tenseur de Ricci possède une propriété intéressante : il permet de retrouver l'accélération à partir de l'état de repos d'une sphère de particules entourant une masse ponctuelle. En mécanique newtonienne, cette même accélération est calculée à partir de l'équation de Poisson $\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$, Φ étant le potentiel gravitationnel et ρ la densité de masse. Le tenseur de Ricci R_{ij} et le terme gauche de l'équation de Poisson possédant tous les deux des dérivées secondes de la métrique et ayant une même signification physique, il serait naturel de poser :

$$G_{ij} = R_{ij} = 4\pi G T_{ij}$$

T_{ij} étant le tenseur représentant la densité de masse, et cette équation a été effectivement proposée en 1913 par Einstein. Ce tenseur est en effet d'ordre 2 et symétrique, mais il s'avère que sa dérivée covariante n'est pas nulle. En fait, en utilisant les identités de Bianchi sur le tenseur de Riemann, on trouve que c'est le tenseur

$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R$ qui possède une dérivée covariante nulle. Einstein ne connaissait pas les identités de Bianchi, et trouve le tenseur d'Einstein, après deux ans d'intense efforts, aidé par le mathématicien Marcel Grossmann :

$$\boxed{G_{ij} = R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R}$$

R est la courbure scalaire, qui est elle-même une contraction du tenseur de Ricci, et g_{ij} est le tenseur métrique, solution des équations d'Einstein. Si le tenseur de Riemann donne la courbure d'une variété en un point, selon un plan défini par un couple de vecteurs, le tenseur de Ricci représente la moyenne des courbures selon tous les plans contenant un vecteur donné, tandis que le tenseur d'Einstein représente la moyenne des courbures selon tous les plans orthogonaux à ce vecteur[12].

Il a été démontré que le tenseur d'Einstein est le seul tenseur pouvant être mathématiquement construit qui possède toutes les propriétés voulues : ordre 2, qui possède des dérivées secondes de la métrique, de dérivée covariante nulle et qui s'annule en espace plat (permettant de retrouver Newton)[13]

David Hilbert a aussi justifié cette équation par le principe de moindre action dès 1915[14].

Expression complète de l'équation d'Einstein

Étant donné le tenseur d'Einstein, la formulation complète et exacte de l'équation d'Einstein en découle directement :

$$\boxed{R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij}.R = \chi \, T_{ij}}$$

avec $\chi = \frac{8\pi G}{c^4}$, et (i,j) allant de 1 à 4 (pour les 4 dimensions de l'espace-temps).

Éclatée en équations différentielles, cette expression tensorielle se traduit par dix équations aux dérivées partielles non-linéaires. Sur ces dix équations, quatre dépendent du choix du référentiel, ce qui laisse six équations à résoudre pour déterminer la métrique.

Constante cosmologique

Il est important de noter que l'ajout d'une constante au tenseur d'Einstein ne change pas ses caractéristiques physiques : sa dérivée covariante reste nulle et les lois de Newton sont toujours retrouvées aux limites. L'équation du champ peut donc contenir un paramètre « supplémentaire » appelé la *constante cosmologique* Λ qui a été introduite à l'origine par Einstein pour qu'un univers statique (c'est-à-dire un univers qui n'est ni en expansion, ni en contraction) soit solution de son équation.

Les équations d'Einstein s'écrivent alors :

$$\boxed{R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}.R - g_{ij}.\Lambda = \chi T_{ij}}$$

Cet effort se solda par un échec pour deux raisons : d'un point de vue théorique, l'univers statique décrit par cette théorie est instable ; et de plus les observations de l'astronome Edwin Hubble dix ans plus tard démontrèrent que l'Univers était en fait en expansion. Donc Λ fut abandonnée, mais récemment, des techniques astronomiques ont montré qu'une valeur non nulle de ce paramètre permet d'expliquer certaines observations, notamment l'énergie sombre.

Équation d'Einstein dans le vide. Tenseur de Weyl

Il est possible de reformuler les équations d'Einstein de manière, rigoureusement équivalente, à isoler le tenseur de Ricci :

$$\boxed{R_{ij} = \chi \left(T_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}.T\right) + g_{ij}.\Lambda}$$

Dans le vide où il n'existe aucune énergie ni matière, $T_{ij} = 0$. Il devient alors apparent l'équation d'Einstein se résume à :

$$\boxed{R_{ij} = 0}$$

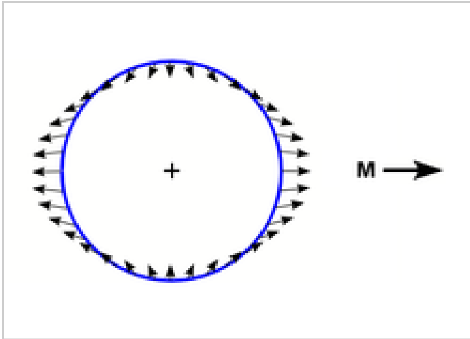
quand la constante cosmologique est nulle. Un espace vide dont le tenseur de Ricci s'annule est nommé un espace « Ricci-plat ». *Cela ne signifie pas que l'espace-temps est plat en l'absence de toute matière ou énergie* : la courbure de l'espace est représentée par le tenseur de Riemann, pas par le tenseur de Ricci.

Le fait que le tenseur de Ricci représente une courbure *moyenne* implique que, dans le vide (au point où est faite la mesure : absence d'énergie courbant l'espace), l'espace soit *en moyenne* plat (courbure moyenne nulle) mais courbé dans chaque direction du fait que plus ou moins loin des présences d'énergies (des masses en mouvement) courbent l'espace en le mettant sous tension un peu comme une nappe tirée à ses coins. Par ailleurs, la forme globale de l'univers impose des courbures dans les différentes directions, bien que dans le vide la courbure moyenne reste nulle : diverses formes d'univers sont possibles, aucune n'est certaine à ce jour.

Si on considère le tenseur de Ricci comme la *source* du champ gravitationnel, le champ gravitationnel lui-même est représenté par le tenseur de Riemann, auquel au soustrait le tenseur de Ricci pour ne laisser que les degrés de liberté qui ne sont pas issus de la source elle-même. Le tenseur obtenu est le tenseur de Weyl C_{ijkl}, qui a les mêmes propriétés que le tenseur de Riemann, mais qui représente réellement le champ gravitationnel :

$\text{WEYL} = \text{RIEMANN} - \text{RICCI}$. C'est l'annulation de ce tenseur qui est la condition pour la platitude conforme de l'espace-temps.

Le tenseur de Weyl représente les forces de marée dues à la gravitation. Une sphère de particules soumise au tenseur de Weyl, par l'influence d'une masse en dehors de la sphère, subit une déformation *qui ne change pas son volume*, contrairement à l'influence du tenseur de Ricci. Les ondes gravitationnelles sont décrites, dans le vide, par le tenseur de Weyl.



Déformation d'une sphère de particules soumise aux forces de marée, modélisée par le tenseur de Weyl

La masse gravitationnelle active

Le tenseur densité-impulsion amène à définir le concept de masse en relativité générale de manière légèrement différente que dans le cas des lois Newtoniennes. En reprenant l'expression de l'équation d'Einstein qui isole le tenseur de Ricci : $R_{ij} = \chi\ (T_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij}.T) + g_{ij}.\Lambda$, et en identifiant celui-ci à l'accélération initiale, et à l'équation de Poisson, on trouve une masse gravitationnelle active équivalente[15] :

$$\boxed{\rho_G = \rho + P_1 + P_2 + P_3 - \frac{\Lambda}{4\pi G}}$$

au lieu de $\rho_G = \rho$ dans le cas Newtonien. Les valeurs P_i sont les valeurs de la *pression* sur les trois axes spatiaux orthogonaux, et la constante gravitationnelle contribue à la masse gravitationnelle active.

Dans les conditions normales, les contributions de la pression à la masse gravitationnelle active est très faible, et la constante cosmologique négligeable. Mais la pression peut jouer un rôle considérable dans des conditions extrêmes notamment lors de l'effondrement gravitationnel d'étoiles massives, où la pression - au lieu de s'opposer à l'effondrement gravitationnel comme on pourrait s'y attendre - accroit la tendance à l'effondrement en augmentant la masse gravitationnelle active[15].

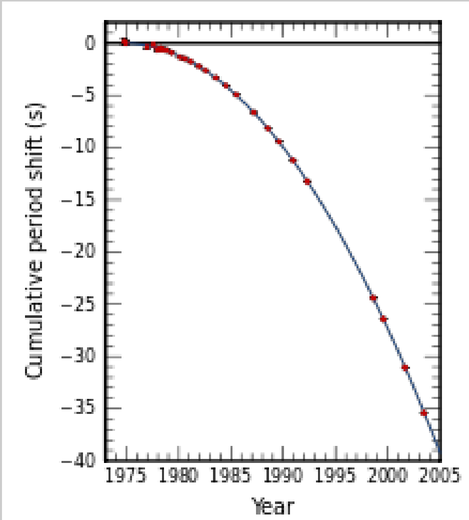
Conservation de l'énergie et énergie du champ gravitationnel

Il existe des situations physiques où l'énergie peut être échangée entre des systèmes gravitationnels et non-gravitationnels. Par exemple, quand un corps massif orbite autour d'un autre corps massif, il y a émission d'ondes gravitationnelles qui emportent une certaine énergie du système. Cet perte est absolument négligeable dans les ordres de grandeurs classiques (par exemple, l'orbite de Jupiter autour du soleil dégage en ondes gravitationnelles une énergie équivalente à une ampoule de 40 watts[15]). Mais dans des circonstance où les ordres de grandeurs sont très élevés, comme pour le pulsar binaire PSR B1913+16, l'énergie emportée a des effets importants et mesurables, et qui permettent d'ailleurs de valider avec succès la théorie de la relativité générale.

La théorie de la relativité générale ne donne pas une représentation immédiate et évidente de ce phénomène[11]. Le tenseur énergie-impulsion ne donne que l'énergie d'un corps ou d'un champ non gravitationnel en un point, sans tenir compte de l'énergie du champ de gravitation en ce point. L'énergie des ondes gravitationnelles n'est donc pas représentée par ce tenseur, et sa dérivée covariante nulle ne représente pas la conservation globale de l'énergie. Pour représenter une énergie du système « corps-champ de gravitation » se conservant, Einstein a exprimé l'énergie du champ par d'un « pseudo-tenseur » qui s'annule pour un choix de référentiel *en chute libre* (inertiel) au point considéré : l'énergie du champ de gravitation n'existe qu'en fonction du référentiel choisi[9]. Ce « pseudo-tenseur », tiré du tenseur de Ricci, exprime aussi l'auto-corrélation du champ sur lui-même, ce qui explique sa formulation assez compliquée. En particulier, l'énergie émise sous forme d'ondes gravitationnelles s'exprime à l'aide de ce « pseudo-tenseur ».

Ces échanges ont aussi été étudiés et modélisés par Hermann Bondi et Rainer Sachs pour un type d'espace-temps particulier, l'espace-temps asymptotiquement plat **(en)**, qui représente des systèmes gravitationnels considérés comme isolés du reste de l'univers, ce qui est approximativement vrai pour des systèmes comme des pulsars binaires.

Mais la compréhension de la conservation globale de l'énergie en présence d'un champ gravitationnel dynamique reste un sujet délicat[16] et non encore complètement résolu en relativité générale[11].



Dégénérescence orbitale de PSR B1913+16. Les points indiquent les changements observés au cours du temps du périastre de l'orbitre, dus à la perte d'énergie emportée par les ondes gravitationnelles. La ligne continue représente les prédictions de la relativité générale.

Notes et références

Notes

1. Suivant le référentiel de l'observateur, l'énergie cinétique d'un corps peut être nulle, très importante, constante, variable, etc. : ces différences se retrouvent dans les différences de courbures de l'espace-temps, courbure due à ce corps, telle qu'elles sont constatées par les différents observateurs depuis leur référentiel respectif, et donc elles se retrouvent dans les différences entre les effets gravitationnels mesurés par les différents observateurs.
2. À l'exception possible de l'anomalie Pioneer qui pourrait être la première indication d'un écart entre les phénomènes observés et la relativité générale, quoique d'autres interprétations de ce phénomène soient envisageables.
3. Ainsi, une théorie cohérente unifiant relativité générale et physique quantique permettrait peut-être d'apporter des réponses au problème de la platitude de l'univers.
4. La *pseudo-métrique*, notée Δs, est définie par $\Delta s^2 = -c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$

ou $\Delta s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$ suivant la convention de signes $(-;+;+;+)$ ou $(+;-;-;-)$ choisie ; la convention $(-;+;+;+)$, utilisée ici, correspond au choix fait dans les textes anglo-saxons ; la convention $(+;-;-;-)$ correspond au choix fait dans les célèbres textes pédagogiques de Lev Landau, par exemple. Ce dernier choix est considéré comme « plus physique » par Roger Penrose car la métrique est positive pour les lignes d'univers de genre temps, qui sont les seules admises pour des particules massives. Au signe près, cette définition rend la *pseudo-métrique* identique à l'intervalle d'espace-temps qui est l'invariant relativiste par changement de référentiel galiléen.

5. En un même point de l'espace temps, il y a une infinité de référentiels inertiels, mais tous diffèrent seulement par le choix de leurs systèmes de coordonnées : tous ont les mêmes droites.

Références

1. Wolfgang Pauli ; *Theory of relativity*, Dover Publications, Inc. (1981), ISBN 0-486-64152-X (page 62).
2. Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, tome 2 : *Théorie des champs*, éd. MIR, Moscou [détail des éditions], §102 à §104.
3. Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, tome 2 : *Théorie des champs*, éd. MIR, Moscou [détail des éditions], §107.
4. Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, tome 2 : *Théorie des champs*, éd. MIR, Moscou [détail des éditions], §108 à §110.
5. Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, tome 2 : *Théorie des champs*, éd. MIR, Moscou [détail des éditions], §111.
6. Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, tome 2 : *Théorie des champs*, éd. MIR, Moscou [détail des éditions], §84 et §97.
7. Fred Cooperstock *General Relativistic Dynamics* World Scientific, 2009 p. 60
8. Gron, Naess *Einstein's Theory - A rigorous introduction for the mathematically untrained* Springer, 2011. p. 211
9. Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, tome 2 : *Théorie des champs*, éd. MIR, Moscou [détail des éditions] §96.
10. Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, tome 1 : *Mécanique*, éd. MIR, Moscou [détail des éditions] § 3 et § 6
11. R. Penrose *Encyclopedia of Mathematical Physics - General Relativity Overview*, Elsevier, 2006 p. 493
12. Lee C. Loveridge *Physical and Geometric Interpretations of the Riemann Tensor, Ricci Tensor, and Scalar Curvature* arXiv:gr-qc/0401099 (http://arxiv.org/abs/gr-qc/0401099)
13. R. Ferraro *Einstein's Space-Time - An Introduction to Special and General relativity* Springer 2007 p. 235
14. Jean-Claude Boudenot date à 1916, page 162 de son livre *Électromagnétisme et gravitation relativistes*, ellipse (1989), ISBN 2-7298-8936-1; dans Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, tome 2 : *Théorie des champs*, éd. MIR, Moscou [détail des éditions], §93 note en bas de page du début de paragraphe, il est dit que cette méthode a été suggérée par Hilbert dès 1915, ce que confirme Jean-Paul Auffray p247 (paragraphe *Hilbert part à la pêche*) de son livre *Einstein et Poincaré*, édition *Le Pommier*, 1999, ISBN 2 746 50015 9.
15. Roger Penrose *A la découverte des lois de l'univers*, Odile Jacob, 2007 p. 449
16. Pankaj Sharan *Spacetime, Geometry and Gravitation* Birkhäuser Basel, 2009 p. 211

Annexes

Articles connexes

Sur les autres projets Wikimedia :

Relativité générale, sur Wikiversity

Théories

- Gravitation
- Histoire de la gravitation
- Histoire de la relativité générale
- Principe de relativité
- Relativité restreinte

Tests et observations

- Lentille gravitationnelle
- Tests expérimentaux de la relativité générale
- Trou noir

Mathématiques

- Mathématiques de la relativité générale
- Action d'Einstein-Hilbert
- Courbure
- Covariance
- Géométrie dans l'espace
- Géométrie différentielle
- Géométrie non euclidienne
- Ligne d'univers
- Paramétrisation post-newtonienne
- Variété riemannienne
- Variété lorentzienne

Astronomie

- Cosmologie

Liens externes

Cours en ligne

- Laurent Baulieu, *Introduction à la relativité générale* (http://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00092935/fr/), cours d'introduction donné à l'École polytechnique par un chercheur du Laboratoire de physique théorique des hautes énergies de l'université Paris 6 (Fichier pdf — 53 pages.)
- Éric Gourgoulhon, *Relativité générale* (http://www.luth.obspm.fr/~luthier/gourgoulhon/fr/master/relat.html), cours de Master 2e année, Observatoire de Paris et Universités Paris 6, Paris 7 et Paris 11 (fichier PDF — 188 pages)
- **(en)** Sean M. Carroll, *Lecture notes on general relativity* (http://fr.arxiv.org/abs/gr-qc/9712019), cours approfondi donné en 1997 par un membre de l'Institute for Theoretical Physics, University of California at Santa Barbara (USA) (Fichiers Postscript et pdf — 238 pages)

Lectures complémentaires

- **(en)** *Living Reviews in Relativity* (http://www.livingreviews.org) : les articles en ligne publiés sur ce site, géré par l'Institut Max-Planck pour la Gravitation de Potsdam (RFA), sont régulièrement remis à jour par leurs auteurs, tous spécialistes de leur domaine de contribution.
- **(en)** John C. Baez et Emory F. Bunn, *« The meaning of Einstein's equations », dans* American Journal of Physics*, vol. 73, 2005, p. 644-652. Remarquable article pédagogique écrit en 2001 par un membre du Department of Mathematics, University of California at Riverside (USA). Donne une interprétation géométrique simple des équations du champ d'Einstein. Une version plus complète est disponible sur l'ArXiv : gr-qc/0103044 (http://fr.arxiv.org/abs/gr-qc/0103044)*
- **(en)** Lee C. Loveridge, *Physical & geometric interpretations of the Riemann tensor, Ricci tensor & scalar curvature* (http://arxiv.org/abs/gr-qc/0401099), remarquable article pédagogique écrit en 2004. (18 pages)
- **(en)** R. Arnowitt, Stanley Deser et Charles W. Misner, *The dynamics of general relativity* (http://arxiv.org/abs/gr-qc/0405109), un article écrit en 1962 sur la formulation canonique Hamiltonienne de la relativité générale, formulation passée à la postérité sous le nom de « formulation ADM ». (30 pages.)
- **(en)** Joel M. Weisberg et Joseph H. Taylor, *Relativistic binary puslar B1913+16 : thirty years of observations & analysis* (http://arxiv.org/abs/astro-ph/0407149), un article de synthèse écrit en 2004 sur les mesures effectuées sur le pulsar binaire découvert en 1974 par Russel Hulse & Joseph Taylor, prix Nobel 1993 (7 pages).
- **(en)** Thomas B. Bahder, *Clock synchronisation & navigation in the vincinity of the Earth* (http://arxiv.org/abs/gr-qc/0405001), un article de revue écrit en 2004 sur le problème de la « synchronisation des horloges » en relativité générale, avec application au GPS (49 pages).
- **(en)** Norbert Straumann, *The history of the cosmological constant problem* (http://arxiv.org/abs/gr-qc/0208027), un article de revue sur la constante cosmologique écrit en 2002 par un membre du Département de physique théorique de l'université de Zurich (Suisse) (12 pages).
- **(en)** Jacob D. Beckenstein, *Black holes : physics & astrophysics* (http://arxiv.org/abs/astro-ph/0407560), un article de synthèse sur les trous noirs, écrit par un spécialiste en 2004. D'après des cours donnés au NATO advanced study institute *Neutrinos and explosive events in the universe*, Erice (2-13 juillet 2004) (26 pages).
- Einstein,savie,sa pensée,ses théories-marabout université-B.Kouznetsov-345 pages.

Divers

- Relativité générale : comment l'espace-temps devint dynamique (http://www.futura-sciences.com/comprendre/d/dossier510-1.php), Futura-Sciences
- Miettes de relativité générale (http://cordier-phychi.toile-libre.org/phy/Relativite.html), introduction très inspirée du cours en ligne donné par Léonard Süskind à Stanford
- Cours de relativité générale - CNRS, Observatoire de Paris, Université Paris Diderot (http://cel.archives-ouvertes.fr/docs/00/78/66/30/PDF/relatM2.pdf)

Bibliographie

Vulgarisation

- Stéphane Durand*La relativité animée*,*Comprendre Einstein en animant soi-mêmel'espace-temps*,Éditions Belin.Pour La Science, 96 pages.
- Albert Einstein, *La relativité*, Gauthier-Villars, 1956. Réédité par Payot, 1990 (ISBN 2228882542). Au format poche, un exposé élémentaire des principes de la théorie de la relativité et **générale**, par son auteur.
- Banesh Hoffmann, *Histoire d'une grande idée : la relativité*, Éditions Pour La Science, 1985, diffusion Belin (ISBN 2-9029-1844-5). Un exposé par un ancien collaborateur d'Einstein à l'*Institute for Advanced Studies* de Princeton.
- Thibault Damour, *Si Einstein m'était conté*, Paris, Éditions du Cherche-midi, 2005 (ISBN 2-74910-390-8). Le grand spécialiste français des théories de la relativité nous livre « son » Einstein sans équations. Thibault Damour est professeur permanent à l'IHES de Bures-sur-Yvette ; il a longtemps enseigné la relativité générale au DEA de physique théorique de la rue d'Ulm.
- Albert Einstein et Leopold Infeld, *L'évolution des idées en physique*, Collection Champs, Flammarion, 1993 (ISBN 2080811193). Au format poche, une histoire de la physique, de la Mécanique de Newton jusqu'aux théories modernes (relativité, quanta), écrite en 1936 par Einstein lui-même et l'un de ses disciples à Princeton, pour financer le séjour de ce dernier. Accessible dès la terminale scientifique, un ouvrage qui invite à la réflexion et qui fait aimer une physique vivante et accessible.
- **(en)** John A. Wheeler, *A journey into gravity & space-time*, Freeman, 1999 (ISBN 0-7167-6034-7). La relativité générale vulgarisée par un expert mondial.
- **(en)** Herman Bondi, *Relativity and Common Sense*, Heinemann, 1964. Une introduction accessible à tous par un scientifique renommé.

Ouvrages d'initiation

Accessibles au niveau du premier cycle universitaire.

- Dennis Sciama, *The Physical Foundations of General Relativity*, Doubleday, 1969 (ISBN 0-385-02199-2). Né en 1926 en Angleterre, l'auteur est un astrophysicien qui a été dès la fin des années 1950 l'un des grands théoriciens des trous noirs. Il a joué un rôle déterminant en impulsant les recherches dans ce domaine ; il a notamment eu Stephen Hawking et Martin Rees comme étudiants à l'université de Cambridge. Il a existé autrefois une traduction française du livre : *Les bases physiques de la relativité générale*, Dunod, 1971, hélas non rééditée.
- Thibault Damour et Stanley Deser, « Relativité », dans *Encyclopeadia Universalis*, vol. 19, 1995), p. 739-748. Un exposé non technique par un spécialiste de notoriété mondiale : Thibault Damour est professeur permanent à l'IHES de Bures-sur-Yvette ; il a longtemps enseigné la relativité générale au DEA de physique théorique de la rue d'Ulm.
- Max Born, *La théorie de la relativité d'Einstein et ses bases physiques*, Gauthier-Villars, 1923. Réédité par Jacques Gabay, 2003 (ISBN 2-87647-230-9). Un ouvrage clair, écrit par un grand théoricien allemand, prix Nobel 1954. La place occupée par l'aspect mathématique y est extrêmement réduite.
- **(en)** Wolfgang Rindler, *Relativity : special, general and cosmological*, Oxford University Press, 3^{e} éd., 2001 (ISBN 0-19-850836-0). Une introduction à tous les aspects de la relativité, par un professeur de l'Université de Dallas (Texas), spécialiste du domaine.
- **(en)** James B. Hartle, *Gravity — An introduction to Einstein's general relativity*, Addison-Wesley (2003), ISBN 0-8053-8662-9. Kip Thorne a écrit de ce livre : « la meilleure introduction à la relativité générale jamais écrite » ! L'auteur est professeur de physique théorique à l'université de Santa-Barbara.

Ouvrages techniques

- Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, tome 2 : *Théorie des champs*, éd. MIR, Moscou [détail des éditions] : second tome du célèbre cours écrit par Landau, théoricien soviétique prix Nobel de physique 1962. Ce volume débute par une introduction à la théorie de la relativité restreinte, se poursuit par la théorie de Maxwell du champ électromagnétique, et expose dans la dernière partie la théorie de la relativité générale. Le niveau reste toujours élevé (second cycle universitaire).
- **(en)** Steven Weinberg, *Gravitation & Cosmology*, New York, Wiley, 1972 (ISBN 0-471-92567-5). Un ouvrage de référence. Niveau second cycle universitaire minimum.
- **(en)** C. W. Misner, Kip Thorne et John Wheeler, *Gravitation*, San Francisco, Freeman, 1973 (ISBN 0-7167-0344-0). Autre ouvrage de référence, qui développe les aspects géométriques modernes avec une grande clarté. Niveau second cycle universitaire minimum.
- **(en)** Robert M. Wald, *General Relativity*, University of Chicago Press, 1984, 498 p. (ISBN 0226870332). Plus récent que les deux bibles précédentes, voilà un livre d'introduction à la théorie dans un exposé moderne, qui contient également des développements récents (théorèmes de singularités), incluant certains effets quantiques en gravitation (évaporation des trous noirs d'Hawking). La première partie de ce livre est accessible à partir d'un second cycle universitaire.
- **(en)** Sean M. Carroll, *Spacetime and Geometry : An Introduction to General Relativity*, Addison Wesley, 2003 (ISBN 0-8053-8732-3). Une introduction moderne ; une ébauche du texte est disponible sur l'ArXiv : *gr-qc/9712019* (http://fr.arxiv.org/abs/gr-qc/9712019).
- **(en)** Hermann Weyl, *Space, time, matter*, Dover (4e édition-1952) (ISBN 0-486-60267-2). Un classique de la physique théorique, écrit par un grand mathématicien. Niveau second cycle universitaire. (Il a existé autrefois une traduction française de cet ouvrage.)

Aspects historiques

- Einstein,savie,sa pensée,ses théories-marabout université-B.Kouznetsov-345 pages.
- Jean Eisenstaedt, *Einstein & la relativité générale — Les chemins de l'espace-temps*, CNRS éditions, 2002 (ISBN 2-271-05880-5). Une histoire de la théorie d'Einstein écrite par Le spécialiste français du domaine.
- **(en)** W. Perret et G. B. Jeffrey, trans., *The Principle of Relativity : A Collection of Original Memoirs on the Special and General Theory of Relativity*, New York, Dover, 1923.
- **(en)** Wolfgang Pauli, *Theory of relativity*, Dover, 1981 (ISBN 0-486-64152-X). Ce livre est une mine d'informations. Il s'agit de la réédition anglaise d'un article de revue écrit en allemand en 1921 pour l'*Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften* par un jeune théoricien autrichien, alors âgé de 21 ans, étudiant à Göttingen avec Max Born. Voilà ce qu'en dit Einstein dans une lettre adressée à Born datée du 30 décembre 1921 : « Pauli est un type épatant pour ses 21 ans ; il peut être fier de son article pour l'Encyclopédie. »
- **(en)** Max Jammer, *Concepts of space — The history of theories of space in physics*, Dover (3e édition-1993) (ISBN 0-486-27119-6). Une histoire érudite du concept d'espace, depuis l'Antiquité jusqu'à nos jours.
