Compléments sur les équations aux dérivées partielles

Éric Dumas, Emmanuel Russ

$$\mathrm{div}(A\nabla u) = f, \qquad \frac{\partial u}{\partial t} + c \cdot \nabla u = 0, \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u = 0, \qquad \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = u^3 \ldots$$

Objectifs

- poursuivre l'analyse des EDP linéaires commencée au premier semestre ;
- propriétés qualitatives de ces EDP elliptiques, paraboliques ou hyperboliques ;
- EDP dans des domaines ;
- un peu de non-linéaire ;
- outils complémentaires d'analyse fonctionnelle.

Prérequis

- Les contenus d'un cours de L3 en calcul différentiel et calcul intégral.
- Le contenu du cours d'analyse en M1.

Contenu

1. Compléments du premier semestre : principe du maximum faible pour les EDP elliptiques du second ordre, inégalité de Harnack.
2. Compléments sur les espaces de Sobolev : injections de Sobolev, opérateurs d'extension, théorie des traces. Introduction aux distributions, distributions tempérées.
3. Opérateurs maximaux monotones, théorème de Hille-Yosida.
4. Équation de la chaleur dans un domaine, existence et unicité des solutions avec conditions au bord de Dirichlet et de Neumann. Principe du maximum pour les solutions de l'équation de la chaleur.
5. Équation des ondes dans un domaine. Existence et unicité des solutions, propagation à vitesse finie.
6. Équation de la chaleur semi-linéaire.