

Sujets des oraux L3MAA Topologie

Pour tous les sujets, il est apprécié que l'exposé s'inspire de différentes parties du cours ou utilise la matière vue en TD. Pour chaque notion présentée, on s'efforcera de donner une définition, des exemples ou des contre-exemples, et des applications. Les éléments de démonstration sont également les bienvenus.

1. Topologie de la droite réelle : parties ouvertes, compactes, connexes
2. Ensembles ordonnés : parties majorées, borne supérieure, élément maximal
3. Équipotence et dénombrabilité
4. Suites réelles, suites extraites, valeurs d'adhérence
5. Fonctions continues sur un segment de la droite réelle
6. Suites et séries de fonctions à valeurs réelles
7. Parties denses d'un espace métrique, espaces métriques séparables
8. Intérieur, adhérence, et frontière d'un sous-ensemble
9. Parties compactes d'un espace métrique ou d'un espace vectoriel normé
10. Espaces vectoriels normés de dimension finie, compacité de la boule unité
11. Compacité et continuité
12. Connexité et connexité par arcs
13. Composantes connexes
14. Espaces métriques complets
15. Espaces de Hilbert, bases hilbertiennes, théorèmes de projection
16. Équivalence de normes ou de distances
17. Applications continues, uniformément continues, lipschitziennes
18. Applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés
19. Densité dans des espaces de fonctions, exemples
20. Topologie engendrée par une partie, bases de topologie
21. Théorème du point fixe.