1. Contenu des cours

Introduction à la théorie des $\mathcal{D}$-modules. - Yves Laurent.

La théorie des $\mathcal{D}$-modules est l'étude des systèmes d'équations aux dérivées partielles linéaires par les méthodes issues de la géométrie algébrique. Nous étudierons plus particulièrement les systèmes "holonomes" qui ont seulement un nombre fini de solutions et qui ont des propriétés analogues à celles des équations différentielles ordinaires. On peut définir un polygone de Newton pour ces systèmes et le relier à la croissance des solutions.

Un autre objet attaché aux modules holonomes est la "b-fonction" qui est un polynôme à une variable donnant des renseignements très intéressants sur les solutions. Nous verrons qu'une condition sur les zéros de ce polynôme entraîne l'intégrabilité des solutions et nous appliquerons ce résultat aux fonctions propres invariantes des groupes de Lie réductifs.

Programme :

(1) Quelques notions de cohomologie et de théorie des faisceaux nécessaires à la suite du cours.
(2) Définition des $\mathcal{D}$-modules et de leurs solutions.
(3) Filtrations et graduations. Définition de la variété caractéristique d'un $\mathcal{D}$-module puis définition des modules holonomes.
(4) Définition du polygone de Newton d'un module holonome. Application à la croissance des solutions: nous donnerons le résultat sans la démonstration qui dépasserait le cadre de ce cours.
(5) Définition et existence de la b-fonction. Généralisation aux b-fonctions quasi-homogènes.
(6) Systèmes dont les solutions sont intégrables. Application aux groupes de Lie.

Références :

- J.-E. Björk, Analytic D-modules and applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1993.
- M. Kashiwara, Systems of microdifferential equations, Progress in Mathematics, vol.34, Birkhäuser, 1983.