

Giac/Xcas, le couteau suisse des mathématiques

Bernard Parisse

Université de Grenoble I

Trophées du Libre 2007

Plan

- 1 Xcas : interface pour faire calcul formel, géométrie dynamique, tableur, des filières scientifiques du lycée à la recherche
- 2 Giac : librairie C++ effectuant les calculs, pour les programmeurs C++ et langages interfacables.

Calcul formel

Du lycée à l'agrégation. . .

- arithmétique des entiers : nombres premiers, PGCD, Bézout, cryptographie, ...
- polynômes : PGCD, factorisation, fractions, corps finis...
- algèbre linéaire : vecteurs, matrices, réduction, factorisation
- analyse : dérivée, intégration, limites, séries...
- résolution numérique/symbolique d'équations, de systèmes
- graphes 2-d et 3-d : fonctions, courbes paramétriques, courbes de niveau, ...
- ...

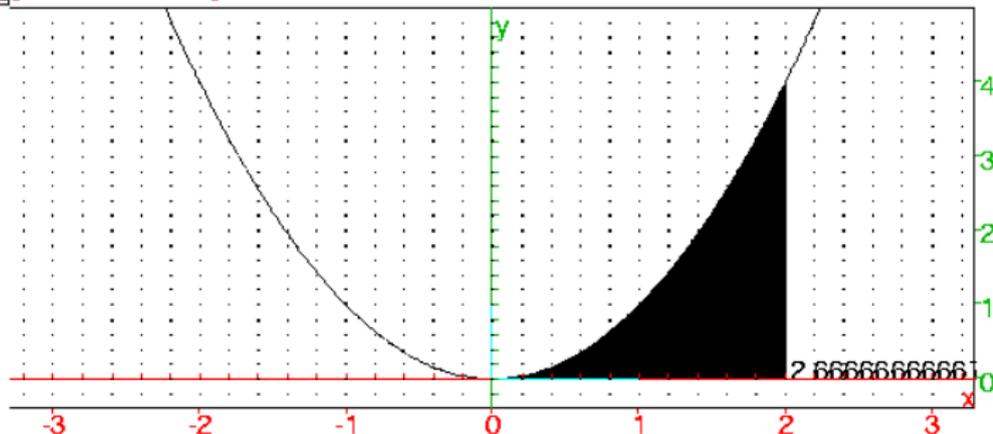
1 factor(x^50-1)

$$(x+1) \cdot (x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) \cdot (x^{20} - x^{15} + x^{10} - x^5 + 1) \cdot (x^{20} + x^{15} + x^{10} + x^5 + 1) \cdot (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

2 'integrate(1/(x^4+1)^4,x,0,+infinity)='integrate(1/(x^4+1)^4,x=0..+infinity)

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x^4+1)^4} dx = \frac{77 \cdot \pi \cdot \sqrt{2}}{512}$$

3 plot(x^2,x=-3..3);plotarea(x^2,x=0..2)



4 G:=GF(2,a^8+a^6+a^3+a^2+1,['a','G'],undef); A:=G(a); factor(x^4+A^4)

$$\text{GF}(2, a^8 + a^6 + a^3 + a^2 + 1, [a, G], \text{undef}), G(a), (x+G(a)) \cdot (x^3+(G(a)) \cdot x^2+(G(a)^2))$$

Documentation (R. De Graeve)

En français (70 000 lignes) et partiellement en anglais (13 000 lignes)

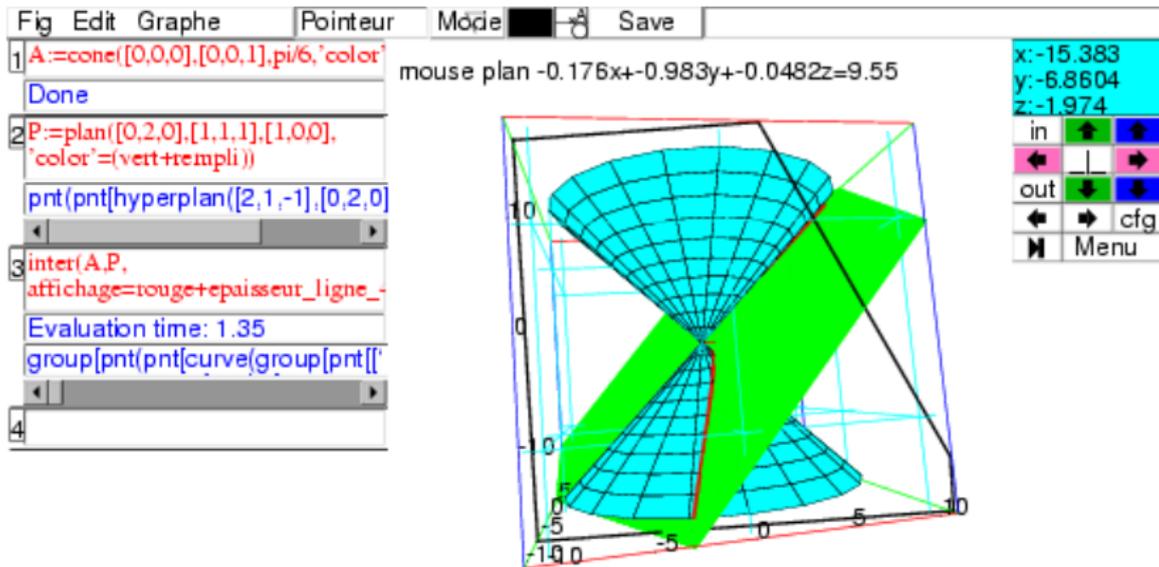
- tutoriel
- commandes classées par thèmes dans les menus ou par ordre alphabétique dans l'index
- complétion de commande
- aide rapide et recopie d'exemples
- aide plus complète dans le navigateur
- sessions exemples
- manuels, exercices traités avec Xcas
- ressources Internet

Géométrie.

- Création de figure à la souris ou par des commandes
- Figure dynamique (mode pointeur ou paramètres)
- Dans le plan ou dans l'espace
- 3-d : options de visualisation d'OpenGL
- Preuves analytiques de théorèmes (calcul formel)

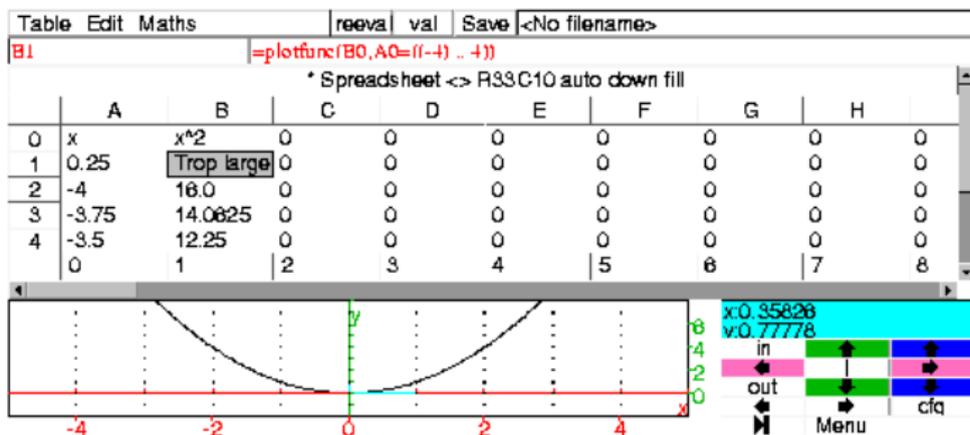
The screenshot shows the Xcas software interface. The main window displays a geometric construction in progress. The left sidebar shows a list of commands: `polygone(point(-5.9,-3.5), point(0.9685628130...))`, `translation(-3*i, triangle(Q,R,C))`, `polygone(point(0.960405703...))`, `translation(0.5-3.5*i, triangle(P,E))`, `polygone(point(0.960405703...))`, `translation(-0.5-3.5*i, segment(A...))`, `segment(point(-5.9,-3.5), point(...))`, `translation(-3.5*i, segment(R,P))`, `segment(point(0.1506071030...))`. The top menu bar includes 'Fig Edit Graphe', 'Pointeur', 'Mode', and 'Save'. A control panel on the right has buttons for 'in', 'out', 'cfq', and 'Menu', along with coordinate readouts (x: -1.6071, y: -4.2107) and navigation icons.

Exemple en 3-d.



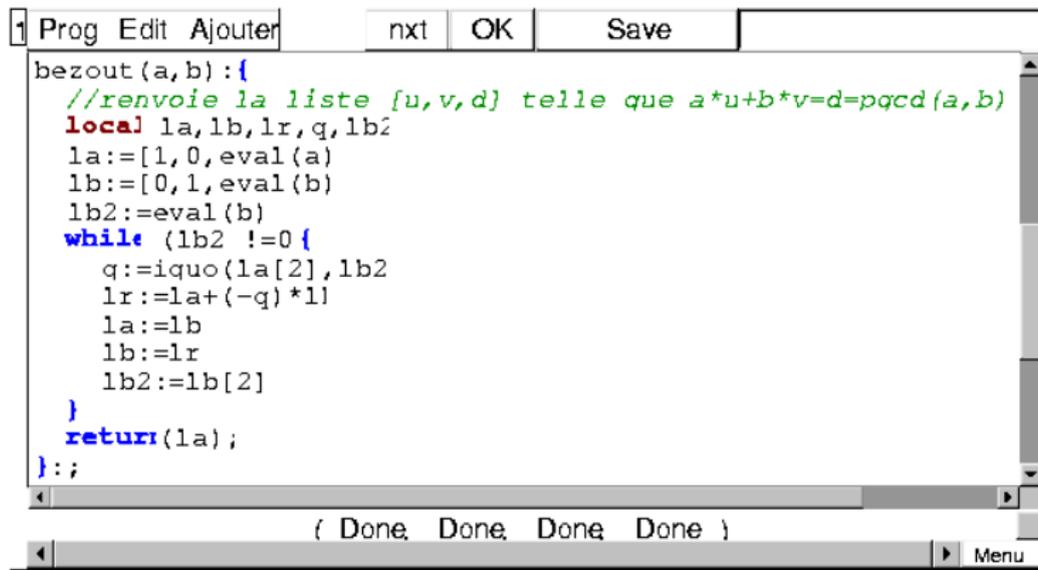
Tableur.

- cellule formelle
- une cellule peut avoir une valeur graphique
- import/export avec les autres modules
- mais peu de possibilité de formatage



Programmation

- langage interprété non typé
- choix de syntaxe Xcas, maple, mupad, TI89.
- débogueur interactif

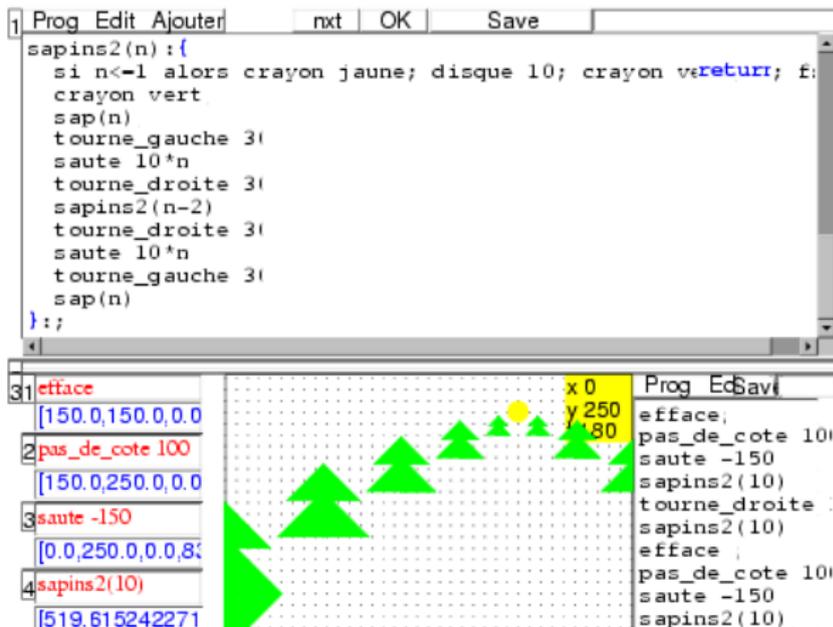


```
Prog Edit Ajouter      nxt  OK  Save
bezout(a,b) : {
  //renvoie la liste [u,v,d] telle que a*u+b*v=d=pqcd(a,b)
  local la,lb,lr,q,lb2
  la:=[1,0,eval(a)]
  lb:=[0,1,eval(b)]
  lb2:=eval(b)
  while (lb2 !=0 {
    q:=iquo(la[2],lb2)
    lr:=la+(-q)*lb
    la:=lb
    lb:=lr
    lb2:=lb[2]
  }
  return(la);
};

( Done Done Done Done )
Menu
```

Tortue logo

- langage utilisable dès le primaire
- à tester avec des classes primaires...



```
1 Prog Edit Ajouter | nxt | OK | Save |
sapins2(n) : {
  si n<-1 alors crayon jaune; disque 10; crayon vert; f:
  crayon vert
  sap(n)
  tourne_gauche 30
  saute 10*n
  tourne_droite 30
  sapins2(n-2)
  tourne_droite 30
  saute 10*n
  tourne_gauche 30
  sap(n)
};

31 efface
[150.0,150.0,0.0]
2 pas_de_cote 100
[150.0,250.0,0.0]
3 saute -150
[0.0,250.0,0.0,0.8]
4 sapins2(10)
[519.615242271

x 0
y 250
180
Prog Ed Save
efface;
pas_de_cote 100;
saute -150;
sapins2(10);
tourne_droite :
sapins2(10);
efface ;
pas_de_cote 100;
saute -150;
sapins2(10);
```

Session

- niveaux de différents types (ligne de commande, commentaire, tableur, géométrie, programme, tortue)
- gestion (déplacement, groupement)
- sauvegarde, import/export, impression

Code natif

- 110 000 + 30 000 lignes de code (giac+xcas)
- Parser utilisant bison/flex
- Type générique `gen` union anonyme de types divers (hardware en place ou pointeurs), cf. `giac.info`
- Conteneurs de la librairie standard C++ (vector, map, ...), en particulier pour les polynômes (denses 1-d, creux n-d)
- Algorithmes mathématiques (Cantor-Zassenhauss, Hermite, Yun, mrv, Risch, Gosper, ...)
- Pointeur de contexte pour multi-threading (en cours)
- Internationalisation : gettext + native

Librairies utilisées

- GMP : entiers longs
- MPFR : flottants multiprécision
- GSL : numérique double précision
- PARI-GP : arithmétique
- NTL : factorisation de polynomes 1-d
- CoCoA : bases de Groebner
- FLTK, FLVW, OpenGL : interface graphique

Performances/tests

- Natives : arithmétique des polynomes produit (comparable à Trip), PGCD (Fermat), ...
- Grace aux librairies : GMP, MPFR, PARI (ifactor($2^{128}+1$)), NTL (factorisation polynomes), CoCoA (Groebner)
- Benchmarks Lewis-Wester, Fateman, polynômes à factoriser de Zimmermann...
- Petite base de tests de régression, dont géométrie pour tester le calcul formel

Interfaces.

- Compatible PC (Linux, Windows) et Mac
- xcas (graphique), icas (terminal)
- xcas en ligne
- texmacs (via icas)
- emacs (icas+mode mupad)
- PDA familiar linux, qdcas/StatsNow wince
- Export \LaTeX et mathml
- Calculer avec Giac dans un document \LaTeX

Programmer avec Giac

Noyau de calcul indépendant : librairie C++.

- programmes C++ utilisant la libgiac
- modules C++ chargeables dans Giac/Xcas
- module PHP/Flash cf. Facilimaths,
- sans doute autres langages via SWIG

Résumé

- Maths pour l'éducation et la recherche
- Compatibilité, performances
- Diversité de l'interfacage

- Perspectives
 - interfaces (intégration librairies : améliorations et nouvelles comme Linbox, Atlas, GetFEM++, intégration dans SAGE, distributions linux, navigateur...)
 - algorithmes mathématiques, tests de régression, multi-threading