Master 1 “Mathématiques, Informatique” Université J. Fourier
2009-2010

Propositions de TER, enseignant: D. Spehner

1. **Applications géométriques des séries de Fourier et harmoniques sphériques**

   On étudiera dans ce TER la théorie des harmoniques sphériques, puis l'on s'intéressera à des applications géométriques de cette théorie et de la théorie des séries de Fourier pour démontrer des résultats géométriques sur les ensembles convexes, qui sont présentées dans :

   Références :
   H. Groemer, Geometric applications of Fourier series and spherical harmonics, Encyclopedia of mathematics and its applications **61**, ed. G.-C. Rota (Cambridge University Press 1996)

2. **Théorie de la percolation.**

   Considérons l'ensemble $\mathbb{L}^d = \{e = (x, y)\,;\, x, y \in \mathbb{Z}^d, |x - y| = 1\}$ des ”liens” reliant tous les points de $\mathbb{Z}^d$ séparés par une distance euclidienne égale à 1. Chaque lien e est déclaré “ouvert” avec probabilité p et “fermé” sinon (avec $0 < p < 1$ fixé), indépendamment des autres liens. La théorie de la percolation s'intéresse à la caractérisation des chemins constitués par des liens ouverts qui relient un point $x \in \mathbb{Z}^d$ fixé à l'extrémité d'un cube contenant x. Il s'agit au départ d'un modèle probabiliste décrivant la pénétration de l'eau dans un milieu poreux. Une pierre de ce matériau est décrite par un ensemble de liens dans $\mathbb{L}^3$. Un lien est ouvert s'il laisse passer l'eau et fermé sinon. On veut par exemple connaître la probabilité que le centre de la pierre soit mouillé quand celle-ci est immergée dans l'eau. Le but de ce TER est de se familiariser avec quelques résultats simples sur la percolation en dimension $d = 2$ et de passer en revue quelques applications. Si l'étudiant le désire, il pourra compléter son travail bibliographique par des simulations numériques.

   Références:
   - G. Grimmett, Percolation (Springer-Verlag, Berlin, 1999)
   - D. Stauffer, A. Aharony, Introduction to Percolation Theory (Taylor and Francis, London, 1994)