

Feuille d'exercices : éléments de logique mathématique.**Exercice 1.**

On a $(A) \Rightarrow (B)$, où (A) et (B) sont deux affirmations. Remplacer les pointillés dans les phrases ci-dessous par " (A) " ou par " (B) ".

1. ... entraîne
2. Pour que ... soit vrai, il suffit que ... soit vrai.
3. Si ... est faux, alors ... est faux.
4. Pour que ... soit vrai, il est nécessaire que ... soit vrai.

(en cas de doute, vous pouvez pour vous aider remplacer (A) par " $n \geq 2$ " et (B) par " $n \geq 1$ ").

Exercice 2.

Un groupe de singes (mâles ou femelles) ne contient que des individus normalement constitués. Quel est le lien logique ($(A) \Rightarrow (B)$ et/ou $(A) \Leftarrow (B)$) entre les deux affirmations suivantes ?

- (A) "il n'y a que des singes mâles dans le groupe"
 (B) "tous les singes du groupe ont deux oreilles".

Exercice 3.

Écrire la réciproque des propriétés suivantes et préciser dans chaque cas si cette réciproque est correcte. On désigne par n un nombre entier quelconque.

1. Si $n \leq 3$, alors $n \leq 4$.
2. Si n est divisible par 2, alors n est pair.
3. Si n se termine par un "0" quand on l'écrit en base 10, alors n est divisible par 10.
4. Si n est divisible par 4, alors n est divisible par 2.
5. Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Exercice 4.

Parmi les propriétés 1 à 5, quelles sont celles pour lesquelles les deux affirmations sont équivalentes ? Énoncer le théorème de Pythagore, puis sa réciproque. Écrire un énoncé unique du théorème et de sa réciproque en utilisant le symbole d'équivalence \Leftrightarrow .

Exercice 5.

Écrire les contraposées des propriétés 1 à 5 de l'exercice 3.

Exercice 6.

Utiliser des inégalités connectées par "et" ou par "ou" pour traduire le fait que le nombre entier n est compris entre 3 et 25.

Exercice 7.

Soit (A) et (B) deux affirmations. Écrire la négation de " (A) et (B) " en fonction des affirmations "non (A) " et "non (B) ".

Exercice 8.

On a $(A) \Rightarrow (B)$ et $(B) \Rightarrow (C)$, où (A) , (B) et (C) sont trois affirmations. Quel est le lien logique entre (A) et (C) ? Essayez de justifier votre réponse.

Exercice 9. *

Si l'affirmation " $(\text{non } (A)) \text{ ou } (B)$ " est vraie, quel est le lien logique entre (A) et (B) ?