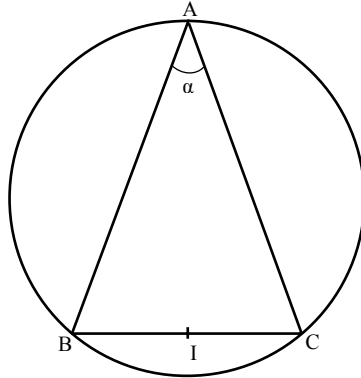


Extraits de sujets du concours de recrutement de Professeur des Ecoles (années 2010 et 2012)

Exercice 1 (6 points)

On considère un triangle ABC isocèle en A et tel que l'angle \widehat{BAC} soit aigu. On note α la mesure de cet angle en degré. Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC et soit I le milieu de $[BC]$.



- Justifier que pour tout point S du cercle (C) situé dans le même demi-plan délimité par la droite (BC) que le point A , on a $\widehat{BSC} = \alpha$.

On considère les points M et N du cercle (C) tels que :

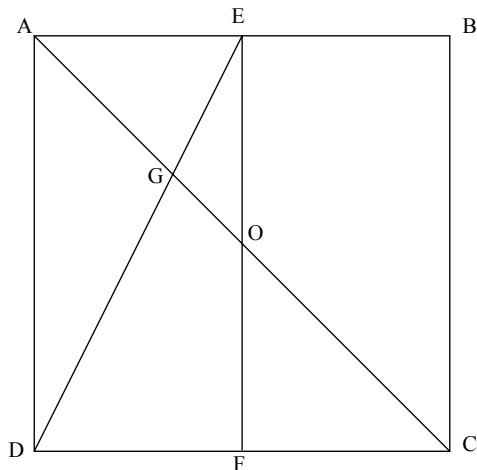
- les points A , M et N sont dans le même demi-plan délimité par la droite (BC) .
- $MB = NC = BC$.

- Construire la figure dans le cas particulier où $AB = 9$ cm et $BC = 4,5$ cm.
Les traits de construction seront laissés apparents.
- Justifier que $\widehat{BMC} = \widehat{BNC} = \alpha$.
 - Montrer que $\widehat{MCB} = \widehat{NBC}$.
- Soit s la symétrie axiale d'axe (AI) .
 - Quelle est l'image par s du point B , celle du cercle (C) , celle du cercle de centre B et passant par C ? Justifier.
 - En déduire que N est l'image par s du point M .
 - Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
- Dans cette question uniquement, on pose $\alpha = 36$.
 - Calculer \widehat{ABC} .
 - Montrer que la droite (BN) est la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} .
 - Montrer que $\widehat{MBC} = 3 \times \widehat{BMC}$.
- Quelle valeur faut-il donner à α pour que $\widehat{MBC} = 4 \times \widehat{BMC}$?

Mathématiques	MAT-10-PG5	Page : 2/7
---------------	------------	------------

Exercice 1 (5 points)

On considère la figure ci-dessous dans laquelle ABCD est un carré, E est le milieu du segment [AB], F le milieu du segment [CD], G le point d'intersection des droites (AC) et (ED) et O le point d'intersection des droites (AC) et (EF).



Partie A. Etude de la configuration

1. Justifier que le quadrilatère AEFD est un rectangle.
2. Justifier que le point O est le milieu des segments [AC] et [EF].
3. Montrer que $\frac{AG}{GO} = 2$.
4. Que représente le point G pour le triangle AEF ? Justifier.

Partie B. Calcul d'aires

Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats de la partie A.
En outre, on considère que l'unité d'aire u est l'aire du carré ABCD.

1. Quelle est l'aire du triangle AEO ? Justifier succinctement.
2. Déterminer l'aire des triangles EGO et EGA.
3. En déduire l'aire du triangle DAG ainsi que l'aire du quadrilatère OFDG.

Question complémentaire 1 (3 points)

L'exercice présenté en **annexe 1** est proposé à des élèves de CM2.

1. a. Quelle est la notion mathématique en jeu dans cet exercice ?
b. À quel moment peut-on placer cet exercice dans l'étude de cette notion au CM2 ?
Argumenter.
2. Pour chacune des quatre productions d'élèves reproduites en **annexe 2**, décrire la procédure utilisée et indiquer si cette procédure est correcte ou non.
3. Citer deux aides que l'enseignant peut proposer à l'élève Stessy pour l'aider dans la mise en œuvre de sa procédure.

EXERCICE 1 : (4 points)

ABC est un triangle dans lequel l'angle de sommet A est aigu.
On considère le cercle de diamètre [BC]. Il coupe les droites (AB) et (AC) respectivement en D et E. Les droites (BE) et (CD) se coupent en H.

- 1) Faire une figure.
- 2) Démontrer que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.
- 3) Construire sur votre figure, avec la règle non graduée et le compas, le point M, quatrième sommet du parallélogramme BCMA et le point N, quatrième sommet du parallélogramme BCAN. On laissera les traits de construction apparents.
- 4) Démontrer que le point A est le milieu de [MN].

QUESTION COMPLEMENTAIRE : (3 points)

Vous trouverez en **annexe 1** une collection de 6 figures à partir de laquelle un enseignant propose le jeu du portrait suivant à ses élèves de CM2 :

*« J'ai quatre sommets,
mes diagonales ne sont pas perpendiculaires,
mes côtés n'ont pas tous la même longueur,
je possède au moins un angle droit.*

Qui suis-je ? »

Tu dois répondre par une lettre : figure ...

- 1) Est-il possible de supprimer une ligne (ou une phrase) dans ce jeu du portrait sans incidence sur la réponse attendue ? Si oui, laquelle ? Justifiez précisément votre réponse.
- 2) Relevez deux difficultés liées à la formulation des phrases utilisées dans ce jeu du portrait.
- 3) En vous référant à l'**annexe 2**, citez une connaissance et une capacité travaillées lors de cette activité.
- 4) Les figures sont présentées sur un support quadrillé. Indiquez deux conséquences, liées au choix de ce support, sur les procédures des élèves.

EXERCICE 2 : (4 points)

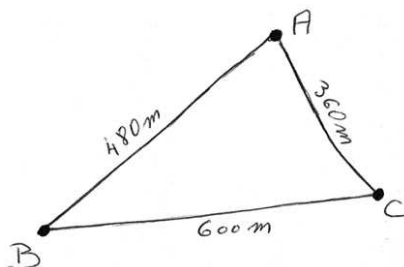
Pour carreler une pièce rectangulaire mesurant 4,18 m sur 5,67 m, un carreleur propose à des propriétaires le choix entre deux modèles de dalles carrées :

- 1) Le premier modèle a 29 cm de côté et coûte 2,30 € l'unité.
Avec ce modèle, il n'utilise que des dalles entières et il complète avec du joint autour de chaque dalle.
 - a) Calculer le nombre maximal de dalles que l'on peut poser dans la largeur de la pièce.
 - b) Calculer le nombre maximal de dalles que l'on peut poser dans la longueur de la pièce.
 - c) Les joints autour des dalles auront-ils tous la même largeur ?
Si oui, quelle est cette largeur ?
- 2) Le deuxième modèle a 36 cm de côté et coûte 3,10 € l'unité.
Avec ce modèle-là, il est préconisé des joints de 0,6 cm et le carreleur est alors dans l'obligation de couper des dalles et les découpes ne sont pas réutilisées.
Calculer le nombre de dalles nécessaires.
- 3) Quel sera le choix le moins coûteux pour l'achat des dalles ?

PROBLÈME (6 points)

On délimite, sur un terrain plat, un parcours de cross avec 3 jalons, représentés par les points A, B et C comme indiqué sur le schéma ci-contre.

Le départ et l'arrivée de la course se font au point A.



Partie A

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2.
 - a) Calculer l'aire du triangle ABC.
 - b) En déduire la distance du point A à la droite (BC).

Partie B

1. José a fait deux tours de ce parcours à la vitesse moyenne de 8 km/h. Combien de temps lui a-t-il fallu ? Donner la réponse exacte, en heure, minute, seconde.
2. Pour calculer la vitesse moyenne en m/min de chaque élève durant la course, on construit une feuille de calcul comme ci-dessous :

	A	B	C	D	E
1	Distance totale parcourue (en m) :				2880
2	Elève	Classe	Durée		Vitesse moyenne (en m/min)
3			Minutes	Secondes	
4	Armand	5e A	25	15	=E\$1/(C4+D4/100)
5	Bakhali	5e B	25	26	
6	Clotilde	5e A	26	24	
7	Florent	5e C	26	30	
8	Julie	5e B	25	20	

Ce tableau nous indique que l'élève Armand a mis 25 minutes et 15 secondes pour faire les deux tours de parcours.

- a) La formule « =E\$1/(C4+D4/100) » entrée dans la cellule E4 donne-t-elle le résultat souhaité ? Sinon la corriger.

- b) On envisage de recopier vers le bas la formule correcte entrée dans E4 pour calculer la vitesse moyenne (en m/min) des élèves de 5^e du collège. Pourquoi le symbole « \$ » devant « 1 » est-il nécessaire ?

Partie C

1. Pour surveiller la course, on place un enseignant au point J, situé à égale distance des points A, B et C.
 - a) Préciser la position du point J. Justifier.
 - b) Construire, à la règle et au compas, le triangle ABC à l'échelle 1/5000 et le point J. (On laissera les traces de construction.)

On pourra compléter la figure au fur et à mesure des questions.

Les questions 2. et 3. sont indépendantes.

2. On place deux autres enseignants sur le parcours :
 - l'un au point K, milieu de [AB] ;
 - l'autre au point I, milieu de [AC].

Montrer que AKJI est un rectangle.

3. On appelle H le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC. Deux postes de secours sont installés en A et H. Montrer que si l'infirmière du collège se déplace sur le segment [KI], elle reste à égale distance de ces deux postes.