

Examen Partiel du 4 novembre 2011

Documents autorisés (à l'exclusion de tout autre document) : notes de cours et de travaux dirigés, photocopié de cours.

Durée : 2 heures.

Les exercices 1 à 3 seront rédigés sur une feuille séparée.

Exercice 1

Résoudre le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} 2x_1 & + 4x_3 & = & 4 \\ 3x_1 - 4x_2 + 12x_3 & = & 8 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 & = & 3 \end{cases}$$

Exercice 2

On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & -5 \end{pmatrix}$$

1. Calculer $\text{tr}(A)$, $\det(A)$.
2. Dire si A est inversible et, si c'est le cas, calculer son inverse A^{-1} .

Exercice 3

On considère la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Calculer B^T et BB^T .
2. Déterminer les valeurs propres de B et des vecteurs propres associés à chaque valeur propre.

Exercice 4

Des mesures de débit (en m^3/s) de la Seine à Paris faites sur une journée vous sont données dans le diagramme suivant. Trouvez une fonction qui pourrait représenter cette variation en fonction du temps. En calculant les dérivées successives de cette fonction, en déduire le moment où le débit est maximal, minimal et quand il diminue le plus rapidement sur ce cycle d'une journée. Calculez le volume total d'eau transportée par la Seine entre 9h et 17h.

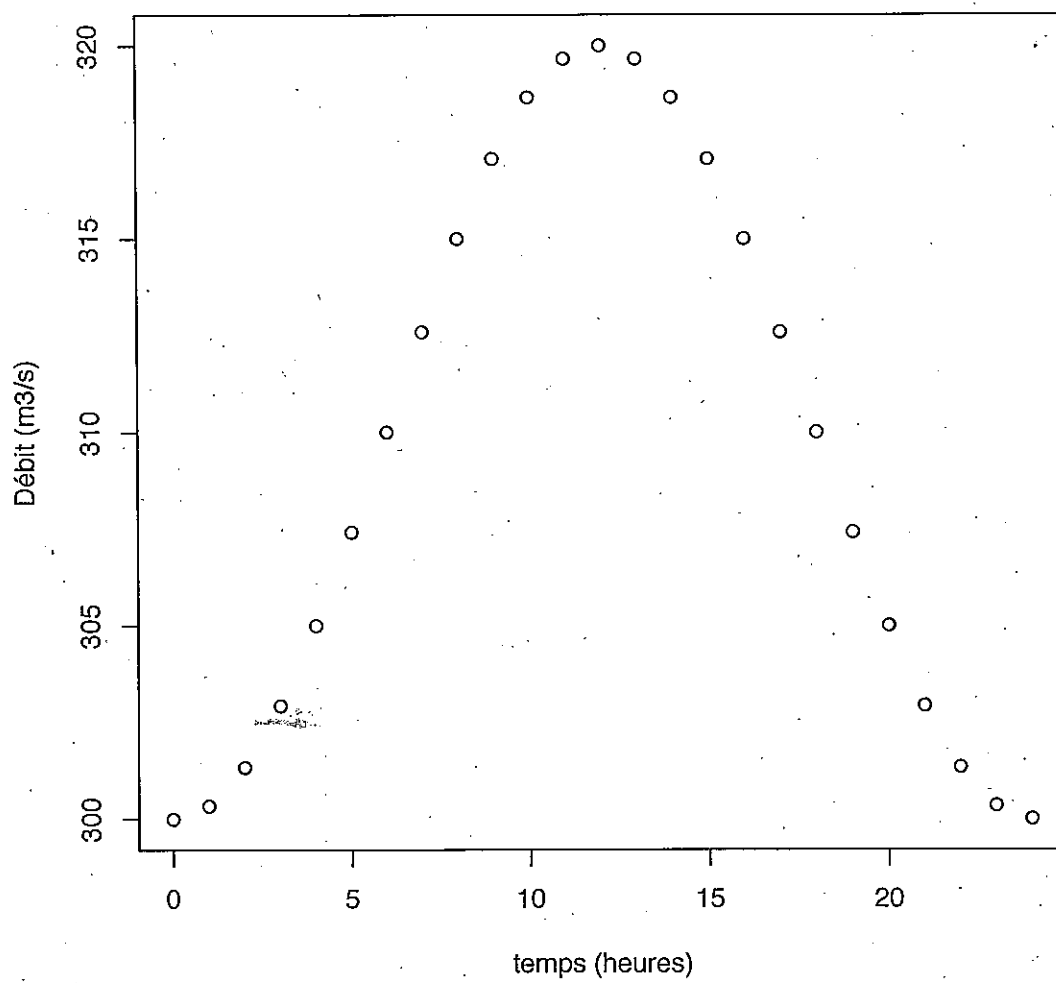


Figure 1: Débit de la Seine à Paris.