

**Exercice 3**

Deux individus situés respectivement sur des sommets des Alpes d'altitudes 3000 m et à 2200 m, dévalent la pente de la montagne à la même vitesse  $v = 4$  km/h (vitesse de déplacement parallèlement au sol). La pente du sommet à 3000 m est de 40% et celle du sommet à 2200 m est de 20%, ces pentes étant supposées constantes. S'ils partent en même temps, à quel moment la différence d'altitude entre les deux individus sera t'elle égale à la moitié de la différence d'altitude initiale de 800 m ? Quelle est alors l'altitude de l'individu 1 ?

**Exercice 4**

En raison de la diminution de la densité de minerai dans un gisement en fonction de la profondeur, le prix d'extraction est passé de 100 \$ par tonne à 150 \$ par tonne en 2 ans. Sur la même période, le prix du minerai est passé de 3000 \$ par tonne à 3100 \$ par tonne. En supposant que ces évolutions vont continuer à la même vitesse dans les prochaines années, calculer le nombre d'années d'exploitation de la mine sachant que la compagnie minière exige un prix de vente vingt fois supérieur au coût d'extraction.

**Exercice 5**

Résoudre les systèmes d'équations suivants :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 & = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 & = 5 \\ -2x_1 + 2x_2 + 3x_3 & = 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 & = 4 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 & = 11 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 & = 13 \\ 4x_1 + 11x_2 & = 37 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 & = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 & = 5 \\ 5x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 11x_4 & = 12 \end{cases} \quad (3)$$

**Exercice 6**

Calculer les déterminants et les inverses des matrices

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}.$$

**Exercice 7 (partiel 2011)**

Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 & = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 & = 1 \\ x_2 + 2x_3 & = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 & = 1 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 & = 0 \\ 8x_1 - x_2 - x_3 & = 3 \end{cases} \quad (4)$$

## 2.10 Travaux Dirigés

### Systèmes de deux équations à deux inconnues

#### Exercice 1

Effectuez les opérations suivantes entre matrices et vecteurs (si elles sont réalisables) :

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} =? \quad (2.10.1)$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =? \quad (2.10.2)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} (1 \quad -2) =? \quad (2.10.3)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} =? \quad (2.10.4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} =? \quad (2.10.5)$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} =? \quad (2.10.6)$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} =? \quad (2.10.7)$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 7 & -1 & 2 \end{pmatrix} =? \quad (2.10.8)$$

#### Exercice 2

Mettez les équations linéaires suivantes sous forme matricielle :

$$3x + 2y = 5 \quad (2.10.9)$$

$$-x + 3y = 2$$

### Exercice 8

Deux failles, l'une verticale et d'azimut nord, l'autre de pendage 30 degrés et d'azimut 25 degrés, se rencontrent à la surface en un point donné. Déterminer les coordonnées  $(x, y)$  par rapport à ce point de l'endroit où l'on doit réaliser un forage pour atteindre un piège stratigraphique formé par la rencontre de ces failles et du sommet d'un réflecteur horizontal (un niveau d'argile) dont on a estimé la profondeur à 1500 m.