

**Examen, seconde session, 24 juin 2013**

*Documents autorisés (à l'exclusion de tout autre document) : notes de cours et de travaux dirigés, photocopié de cours ; Les calculatrices sont autorisées.*

**Exercice 1** (5 points)

1. Calculer la trace et le déterminant de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

En déduire que  $A$  est inversible.

2. Résoudre le système à trois inconnues  $x$ ,  $y$  et  $z$  pour des valeurs arbitraires fixées de  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

$$\begin{cases} 2x + \frac{y}{4} - \frac{3z}{4} = a \\ \frac{3y}{4} - \frac{z}{4} = b \\ -\frac{y}{4} + \frac{3z}{4} = c \end{cases}. \quad (2)$$

3. En déduire l'expression de la matrice inverse  $A^{-1}$ .
4. Calculer la trace de  $A^{-1}$  et la comparer à celle de  $A$ . La relation obtenue vous semble-t-elle générale ? Justifiez votre réponse.

**Exercice 2** (5 points)

Voici un tableau donnant des mesures d'angles représentant le pendage d'une faille le long de sa trace :

	36	37	25	40	28	27	43	29	26	25
Angles en degrés :	34	28	31	31	36	22	27	31	31	21
	31	34	34	24	26	39	34	34	36	18

1. Déterminer la moyenne et l'écart type de ce pendage.
2. Tracer l'histogramme de la distribution des mesures de pendage. La distribution est-elle normale ?
3. Déterminer la probabilité que le pendage soit inférieur à 30 degrés.

**Exercice 3** (3 points)

Calculez la dérivée des fonctions suivantes :

$$\tan x, \quad \tan(x^2), \quad \tan \sqrt{x}, \quad \sqrt{\tan x}, \quad \arctan x, \quad \sqrt{\arctan x} \quad (3)$$

**Exercice 4** (7 points)

Une faille de pendage  $75^\circ$  (vers le nord) et d'azimut ouest rencontre un plan stratigraphique de pendage  $30^\circ$  (vers le nord/nord-est) et d'azimut  $110^\circ$  en un point de la surface. Par rapport à ce point, calculez les coordonnées  $(x, y)$  de l'endroit où vous devez effectuer un forage vertical pour atteindre l'intersection de la faille et du plan stratigraphique à une profondeur de 1200 m où vous savez que se trouve une nappe phréatique. Nous supposons que la surface est plane (nous sommes aux Pays-Bas).