

Devoir surveillé du mardi 8 octobre 2014, durée : 1 heure

Les calculatrices, téléphones portables et documents ne sont pas autorisés.

Autour du cours :

1. La fonction $f : x \mapsto x^2$ définie sur $\mathcal{D}_f = [0, \infty[$ admet-elle une fonction réciproque f^{-1} , si oui quelle est cette fonction?
2. Énoncez le théorème de la bijection.
3. Une fonction f continue sur \mathbb{R} et périodique est-elle bornée? Justifiez votre réponse.

Exercice 1. Donner les domaines de définition, les valeurs de x pour lesquelles les fonctions s'annulent, et tracer les allures des graphes des fonctions suivantes (il n'est pas nécessaire de dériver) :

1. $f_1 : \theta \mapsto \tan(\pi\theta)$
2. $f_2 : x \mapsto \sqrt{x-1}$

Exercice 2. Soit $\sin : \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ \theta & \mapsto & \sin \theta \end{cases}$ la fonction sinus définie sur \mathbb{R} .

1. Donner les images par sin des intervalles $[0, \frac{\pi}{2}]$, $[0, \pi]$ et $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$.
2. Donner les images réciproques par sin des intervalles $[0, 1]$ et $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$.

Exercice 3. Les fonctions suivantes sont-elles paires/impaires? Sont-elles injectives? Justifiez vos réponses.

$$f : \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x + 2 \end{cases} \quad , \quad g : \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ \theta & \mapsto & (\cos \theta)^3 + (\sin \theta)^2 \end{cases} \quad .$$