

Feuille 2 : Calculs élémentaires

Nombres et calculs élémentaires

Exercice 1 : Représentation des nombres

Ecrire les nombres 6, 14, 63 et 117 en écriture romaine, scientifique et maya.

Exercice 2 : Calcul mental

Sauriez-vous faire mentalement les calculs suivants ?

$$\begin{array}{cccc} 7 \times 99 & 4 \times 48 & 13 \times 25 & 6 \times 65 - 5 \times 62 \\ 100 - 99 + 98 - 97 + 96 - 95 + 94 - 93 + \dots + 2 - 1 \end{array}$$

Exercice 3 : Parenthèses

Lister toutes les façons d'insérer des parenthèses dans l'expression $4 \times 3 + 5 \times 7$ et calculer les différents résultats obtenus.

Exercice 4 : Conversions

Convertir en km/h les vitesses suivantes :

1. Le son se déplace dans l'air à 340m/s.
2. Un escargot avance à environ 6cm par minute.

Exercice 5 : Fractions

Calculer les nombres suivants

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \quad \frac{3}{7} + \frac{2}{5} \quad \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} \times \frac{5}{9}$$

De $\frac{4}{5}$ et $\frac{3}{4}$, quelle est la plus grande proportion ?

Exercice 6 : Puissances

Mettre sous forme d'une seule puissance les expressions suivantes

$$3^2 \times 3^5 \quad 2^4 \times 2^8 \quad 3^5 \times 2^5 \quad \frac{4^{10}}{2^{10}} \quad (3^4)^2$$

Calculer de tête les valeurs de

$$3^3 \quad 2^4 \quad 0^{201} \quad (-1)^5 \quad (-5)^3 \quad 10^4 \quad 10^{-2}$$

Simplifier au maximum les expressions suivantes et les calculer

$$\frac{2^5 \times 5^6}{10^4} \quad \frac{(2 \times 3)^5}{2^2 \times 6^3} \quad \left(\frac{3^6}{3^7}\right)^3 \times 9 \quad (3^3)^4 \times 9^{-5} .$$

Exercice 7 : Ordres de grandeur

Relier les différents nombres à leur contexte.

- | | |
|----------------------------------------------------------|-------------------------|
| a. La distance Terre-Lune en kilomètres. | 1. $1,6 \times 10^{13}$ |
| b. Le nombre d'atomes dans un litre d'eau. | 2. $3,8 \times 10^5$ |
| c. L'âge de l'univers en années. | 3. $1,5 \times 10^{10}$ |
| d. Nombre de bits stockables dans un disque dur de 2 To. | 4. 3×10^{25} |

Pourcentages

Exercice 8 : Quel est le plus grand nombre parmi les nombres suivants ?

37% de 73 46% de 64 55% de 55 64% de 36 73% de 37.

Exercice 9 : Le prix moyen du kilo de pommes est passé de 2,26€ en 2003 à 3,25€ en 2013. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Exercice 10 :

- 1) Que vaut-il mieux : un manteau de 200€ dont le prix a été augmenté de 30% puis diminué de 20%, ou bien le même manteau dont le prix a d'abord été diminué de 20% puis augmenté de 30% ?
- 2) Dans un restaurant espagnol, le prix affiché d'un plat est de 16€, mais la TVA n'est pas incluse. Sachant que la TVA est de 10% mais que le restaurateur promet un rabais de 5% sur le prix, combien le plat va-t-il coûter réellement ?
- 3) Si l'inflation a été d'environ 3% chaque année depuis 10 ans, de combien les prix ont augmenté durant cette période ?

Exercice 11 : Le prix d'un vêtement a augmenté de 50% avant les soldes puis il est soldé à -50%. À quel moment est-ce le plus intéressant d'acheter ce vêtement ? Même question si le prix a augmenté de 30% avant les soldes puis est soldé à -25%.

Probabilités

Exercice 12 : Tirages au sort

Albert propose à Bernard deux jeux. Le jeu A consiste à tirer au hasard, les yeux fermés, une boule dans un sac qui contient 21 boules noires, 8 boules rouges et 13 boules blanches. On gagne à ce jeu lorsqu'on tire une boule rouge. Le jeu B consiste à lancer un dé à six faces et on gagne si on obtient un 6. En sachant qu'à chaque jeu, seul un essai sera possible, quel jeu doit choisir Bernard pour avoir le plus de chances de gagner ?

Exercice 13 : Paradoxe de Simpson

On dispose de deux paquets de 11 cartes. Les cartes sont de couleur blanche ou rouge et portent sur leur recto l'inscription "gagné" ou "perdu". Dans un des paquets, il y a 4 cartes de couleur blanche, 1 gagnante et 3 perdantes, et 7 cartes de couleur rouge, 2 gagnantes et 5 perdantes. Dans l'autre paquet, il y a 7 cartes de couleur blanche, 5 gagnantes et 2 perdantes, et 4 de couleur rouge, 3 gagnantes et 1 perdante.

- 1) Dans chaque paquet, vaut-il mieux tirer une carte blanche ou une carte rouge pour gagner ?
- 2) On réunit les deux paquets en un seul paquet. Dans ce paquet, vaut-il mieux tirer une carte blanche ou une carte rouge pour gagner ?
- 3) Les autorités de sécurité routière effectuent une étude statistique pour savoir si l'usage du téléphone portable accentue la gravité des accidents de la route. L'étude est répartie sur deux zones géographiques, une zone urbaine, l'autre rurale. Dans chacune de ces zones, l'usage du téléphone portable semble aggraver les accidents, au sens où les accidents sont en moyenne plus graves lorsque le conducteur utilise son téléphone portable. Mais lorsqu'on réunit les données sur l'ensemble des deux zones, l'usage du téléphone portable semble diminuer le risque d'accident grave. Est-ce possible ?

Exercice 14 : Test médical

Un test médical est fiable à 99%, c'est-à-dire que si le patient est malade, le test est positif 99 fois sur 100 ; alors que si le patient est sain, le test est négatif 99 fois sur 100. La maladie concernée touche 1 personne sur 100.000 et l'opération ne réussie que 49 fois sur 50 : une fois sur 50, le patient est dans un état bien plus critique que si on laisse la maladie non guérie.

Un patient vient d'avoir un test positif, faut-il l'opérer ?

Calcul littéral

Exercice 15 : (Orthophonie) Je pense à un chiffre. Si je le multiplie par 2, puis je soustrais 7, puis je multiplie le résultat par 3, j'obtiens 15. Quel est ce chiffre ?

Exercice 16 : Une bonne élève ?

Au premier semestre, Ameline a obtenu trois notes sur 20 aux contrôles de mathématiques. Sa deuxième note est de 4 points supérieure à sa première note, mais sa dernière note est de 2 points inférieure à la seconde. La moyenne des trois notes est 11/20. Pouvez-vous déterminer les trois notes d'Ameline ?

Exercice 17 : Un tour de magie

Un magicien demande à Cédric de penser à un nombre. Puis il lui demande d'ajouter à ce nombre le nombre qui suit, d'ajouter 9, de diviser le résultat par 2 et enfin de soustraire le nombre départ. Le magicien dit alors : « Le résultat obtenu est 5! » Comment le magicien a-t-il fait ?

Exercice 18 : (Orthophonie) On choisit trois nombres entiers.

- 1) Combien de sommes de deux nombres parmi ces trois nombres peut-on calculer ?
- 2) En effectuant ces sommes, on obtient 18, 19, 23. Quels sont les trois nombres ?

Exercice 19 : Questions d'âges

- 1) La mère de Léo, 3 ans, a 30 ans. Quel âge aura Léo lorsque sa mère sera deux fois plus âgée que lui ?
- 2) Un père dit à son fils : « J'ai trois fois l'âge que tu avais quand j'avais l'âge que tu as ». Sachant que le fils a actuellement 54 ans, quel est l'âge du père ?
- 3) Deux amis discutent entre eux. Le plus âgé dit au plus jeune : « J'ai le double de l'âge que tu avais quand j'avais ton âge. Quand tu auras mon âge, nous aurons à nous deux 63 ans. » Quels sont leurs âges ?

Exercice 20 : (Orthophonie) Un lion, un léopard et un chacal dévorent ensemble un zèbre. Le lion seul dévorerait le zèbre en une heure, le léopard seul en deux heures et le chacal seul en trois heures. Combien de temps vont-ils mettre pour dévorer le zèbre ?

Exercice 21 : Nettoyage

Pierre, Paul et Jacques sont en colocation dans une petite maison. Pour faire le ménage complet de la maison et de son jardin, Pierre met 2h, Paul 3h et Jacques 4h. Ils décident finalement de le faire tous ensemble. Combien vont-ils mettre de temps ?