

---

## Systemes lineaires

---

**Exercice 1 :** Résoudre les systèmes linéaires suivants :

$$\begin{aligned} (S_1) \begin{cases} 3x + y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases} & \quad (S_2) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x + 7y = 3 \end{cases} \\ (S_3) \begin{cases} 3x + y = 2 \\ 6x + 2y = 1 \end{cases} & \quad (S_4) \begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases} \end{aligned}$$

**Exercice 2 :** Résoudre les systèmes linéaires suivants :

$$\begin{aligned} (S_1) \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 2z = 0 \\ y + 4z = -4 \end{cases} & \quad (S_2) \begin{cases} 2x + y - 3z = 5 \\ 3x - 2y + 2z = 5 \\ 5x - 3y - z = 16 \end{cases} \\ (S_3) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + y + 2z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases} & \quad (S_4) \begin{cases} x + y + z + t = 2 \\ x + y + 2z + 2t = 0 \\ x + 2y - z - t = 1 \\ z - t = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

**Exercice 3 :** Deux individus, situés respectivement sur des sommets des Alpes d'altitudes 3 000 m et 2 200 m, dévalent la pente de la montagne à la même vitesse  $v = 4$  km/h (vitesse de déplacement parallèlement au sol). La pente du sommet à 3 000 m est de 40 % et celle du sommet à 2 200 m est de 20 %, ces pentes étant supposées constantes. S'ils partent en même temps, à quel moment la différence d'altitude entre les individus sera-t-elle égale à la moitié de la différence d'altitude initiale de 800 m ? Quelles sont alors les altitudes des individus ?

**Exercice 4 :** Deux failles, l'une verticale et d'azimut nord-est, l'autre d'azimut nord et de pendage  $45^\circ$  ouest, se rencontrent à la surface en un point donné. Déterminer l'endroit où l'on doit réaliser un forage pour atteindre un piège stratigraphique formé par la rencontre de ces failles et du sommet d'un réflecteur horizontal (un niveau d'argile) dont on a estimé la profondeur à 1 500 m.

**Exercice 5 :** Une couche géologique forme un plan enfoui en profondeur. On fore un sondage vertical au point  $O$  et on trouve la couche à 300 m de profondeur. Un autre sondage vertical 2 km plus au nord la trouve à 500 m et un troisième, 3 km plus à l'est que  $O$  la trouve à 400 m. On creuse maintenant un sondage vertical à 1 km de  $O$  dans la direction sud-ouest. A quelle profondeur trouvera-t-on la couche si elle est vraiment plane ?

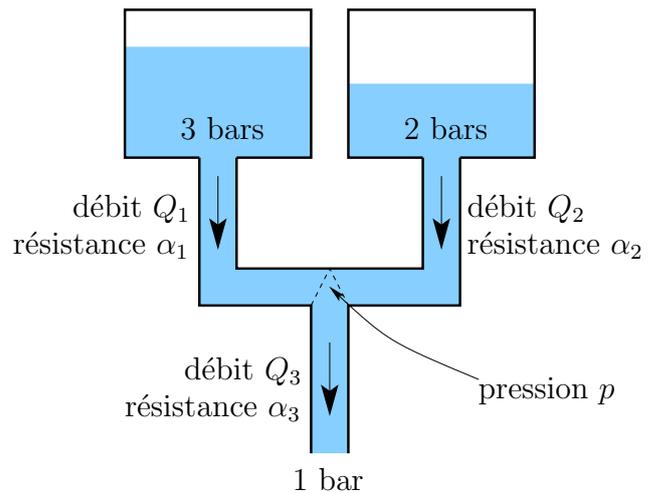
**Exercice 6 :**

On considère le réseau hydraulique ci-contre. Les cuves sont à pressions respectives 3 et 2 bars et la sortie est à pression atmosphérique. La loi hydraulique permettant de calculer le débit s'énonce  $Q = \alpha \Delta P$ , où  $Q$  est le débit du tuyau,  $\Delta P$  la différence des pressions en entrée et sortie et  $\alpha$  est un coefficient de résistance hydraulique dépendant de la géométrie et de la matière du tuyau. Les données du constructeur sont

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0.1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{bar}^{-1} ,$$

$$\alpha_3 = 0.3 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{bar}^{-1} .$$

Quel est le débit de sortie  $Q_3$  du réseau ?



**Exercice 7 :** En raison de la diminution de la densité de minerai dans un gisement en fonction de la profondeur, le prix d'extraction est passé de 100 \$ par tonne à 150 \$ par tonne en 2 ans. Sur la même période, le prix du minerai est passé de 3000 \$ par tonne à 3100 \$ par tonne. En supposant que ces évolutions vont continuer à la même vitesse dans les prochaines années, calculer le nombre d'années d'exploitation de la mine sachant que la compagnie minière exige un prix de vente 20 fois supérieur au coût d'extraction.

**Exercice 8 :** Un commerçant a l'intention d'acheter 40 manteaux, 60 robes et 60 tailleurs. Son grossiste ne propose que deux types de lots : le type A contenant 1 manteau, 2 robes et 3 tailleurs et le type B contenant 2 manteaux, 2 robes et 1 tailleur. En sachant que tous les lots sont au même prix, quel doit être le choix du commerçant ?

*Indication : considérer un repère avec en abscisse le nombre de lots de type A et en ordonnée le nombre de lots total ; puis tracer sur le graphique les contraintes correspondant au nombre minimal de vêtements de chaque sorte que le commerçant veut acquérir.*