MAT308
2016-2017

Traitement de données

Exercice 1 : Mesures d'un pendage
On effectue une série de trente mesures d'angles représentant le pendage d'une faille à plusieurs endroits le long de sa trace :

37°	47°	56°	68°	53°	71°	70°	69°	54°	56°	67°	67°	49°	43°	79°
68°	58°	51°	71°	50°	77°	41°	68°	62°	73°	52°	62°	85°	66°	72°

Calculer la moyenne de ce pendage ainsi que l'écart type. Faire un histogramme et montrer que la distribution semble normale (gaussienne). En déduire la probabilité qu'une prochaine mesure donne un angle entre 65° et 70°.

Exercice 2 : Mesure d'âge d'une roche
On effectue une série de vingt analyses U/Pb ponctuelles (spot) sur un zircon :

241,2 Ma	251,3 Ma	260,6 Ma	272,2 Ma	257,3 Ma	275,2 Ma	274,6 Ma	273,4 Ma
258,9 Ma	260,1 Ma	271,3 Ma	271,3 Ma	253,4 Ma	247,6 Ma	283,7 Ma	272,7 Ma
262,4 Ma	255,2 Ma	275,7 Ma	254,9 Ma				

En déduire l'âge moyen du grain et l'écart type de l'échantillon. Déterminer si la distribution d'âges est normale et, si elle l'est, déterminer la probabilité qu'un âge mesuré diffère de moins de 10 Ma de l'âge moyen.

Exercice 3 : Lois de Képler
On regroupe les demi-grand axes A et les périodes P des trajectoires des huit planètes du système solaire (voir ci-contre). Une loi de Képler dit qu'il existe α tel que $A/P^\alpha = C$ où C est une constante. C'est-à-dire qu'on doit avoir la relation linéaire

$$\ln A = \alpha \ln P + \ln C \ .$$

Vérifier la corrélation linéaire entre $\ln A$ et $\ln P$ et déterminer la puissance α. On sait que Pluton met 248 ans à tourner autour du Soleil, en déduire la distance de Pluton au Soleil.

Planète	A (10^{10}m)	P (années)
Mercure	5.79	0.241
Vénus	10.8	0.615
Terre	15.0	1
Mars	22.8	1.88
Jupiter	77.8	11.9
Saturne	143	29.5
Uranus	287	84
Neptune	450	165

Exercice 4 : Estimation de volume
On veut estimer le volume d'un pluton que l'on va supposer sphérique. Sur une ligne sismique, on estime son rayon comme étant de l'ordre de $720 \pm 50\,\mathrm{m}$. Quel est le volume du pluton et l'erreur associée ?

Exercice 5 : Petites erreurs de forage
On a estimé qu'un puits de forage fait un angle de $30 \pm 10^{\mathrm{o}}$ avec la verticale. La longueur de la carotte a été estimée à $300 \pm 10\,\mathrm{m}$. Quelle est la profondeur atteinte et quelle est l'erreur de cette estimation ?

Exercice 6 : La loi de Darcy (examen juin 2015)
La loi de Darcy décrit le débit de l'eau passant à travers une couche de sable. Elle s'énonce

$$D = K\frac{SH}{L} \ ,$$

où D est le débit (en $m^3.s^{-1}$), S et L la section et la longueur de la couche de sable (en m^2 et m), H la différence de pression entre l'entrée et la sortie (en mètres d'hauteur d'eau) et K (en $m.s^{-1}$) est le coefficient de perméabilité du sable, que l'on souhaite mesurer.

1) Dans un premier dispositif expérimental, la colonne de sable a les caractéristiques $S = 0,1\,m^2$ et $L = 1\,m$. La différence de pression est estimée à $H = 1,5 \pm 0,1\,m$ et le débit à $D = (3 \pm 0,5) \times 10^{-4}\,m^3.s^{-1}$. Donner une estimation de K ainsi que de l'erreur de mesure commise.
2) On effectue une série de 20 mesures de K (en $mm.s^{-1}$) avec différentes colonnes du même sable. On obtient les valeurs :

0,19	0,18	0,21	0,20	0,19	0,23	0,24	0,21	0,21	0,20
0,15	0,20	0,22	0,21	0,19	0,18	0,22	0,16	0,20	0,17

Calculer la moyenne de cet échantillon ainsi que son écart-type. Faire un histogramme et discuter si la distribution vous semble une distribution normale (gaussienne). En déduire la probabilité qu'une prochaine mesure donne un coefficient de perméabilité supérieur à 0,22.

Exercice 7 : Une rivière souterraine (examen juin 2016)
Une expérience par coloration a montré qu'une rivière souterraine alimente une résurgence dans la vallée. La rivière souterraine a un débit très sensible aux intempéries alors que la résurgence semble disposer en partie d'une alimentation constante par une nappe phréatique. Pour vérifier cela et savoir si la rivière souterraine est la seule ou non à alimenter la résurgence, les géologues effectue les mesures de débit suivantes en $m^3.s^{-1}$.

D_{riv} : Débit de la rivière souterraine	$D_{\text{rés}}$: Débit de la résurgence	Remarques
0,63	2,05	
0,80	2,26	
3,22	6,78	orages
1,35	3,32	
1,13	3,05	
0,97	2,58	
0,78	2,31	
0,43	1,67	
0,21	1,23	sécheresse
0,13	1,15	sécheresse
2,56	5,45	orages
1,67	3,90	
0,83	2,29	
0,74	2,26	
0,86	2,46	

1) Les mesures lasers indiquées donnent la distance entre les deux points de références ainsi que l'angle formé avec l'horizontale. Déterminer la profondeur maximale atteinte par les spéléologues.

2) Effectuer une régression linéaire pour trouver des coefficients a et b tels que les débits vérifient

$$D_{\text{rés}} \simeq a.D_{\text{riv}} + b .$$

Discuter suivant le résultat si la résurgence est bien alimentée en partie par une source constante (nappe phréatique) et si la rivière de la grotte est la seule source variable ou non.

3) Les sécheresses et orages ont une grande influence sur le débit de la rivière souterraine. Calculer la moyenne $\overline{D}$ et écart-type σ du débit D_{riv} *sans tenir compte des quatre données correspondant à ces évènements exceptionnels.*

4) On dira qu'une mesure du débit D_{riv} de la rivière est normal s'il est contenu dans l'intervalle $[\overline{D} - 2\sigma; \overline{D} + 2\sigma]$ et on parlera d'évènement exceptionnel sinon. Combien y a-t-il eu finalement d'évènements exceptionnels pendant les mesures ? Si le débit suit une loi normale (courbe de Gauss), quelle est la probabilité qu'une mesure de débit soit exceptionnelle (c'est-à-dire quelle est la probabilité de tomber hors de l'intervalle $[\overline{D} - 2\sigma; \overline{D} + 2\sigma]$) ?

Exercice 8 : Module de Young (examen janvier 2016)
On considère un matériau que l'on soumet à une contrainte d'étirement σ (en tonnes par cm^2). La réponse du matériau est caractérisé par une constante E appelée *module de Young* (aussi en tonnes par cm^2). La loi de déformation élastique dit que, si on ne considère que des faibles étirements,

$$\sigma = E.\varepsilon \ ,$$

où ε est le coefficient de déformation : $\varepsilon = 0,5$ pour un allongement de 50 %, $\varepsilon = 1$ pour un allongement de 100 %... On effectue les mesures suivantes sur des barres de granite.

ε	0,01	0,017	0,018	0,021	0,037	0,039	0,045
σ (en tonnes/cm^2)	6,04	10,24	10,85	12,66	22,32	23,4	28,2

1) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r et en déduire que ε et σ sont bien reliés par une relation linéaire.

2) Effectuer une régression linéaire pour trouver le module de Young E_{gr} du granite.

3) Des mesures sur différentes barres de calcaires donnent

E_{ca} (en tonnes/cm^2)	230	401	524	387	651	314	297	623	546	483

Calculer la moyenne et l'écart-type de l'échantillon. La distribution vous semble-t-elle gaussienne ? Est-elle très rassemblée ou plutôt dispersée ? En déduire que les propriétés mécaniques du calcaire dépendent beaucoup de sa composition.