

Un puzzle

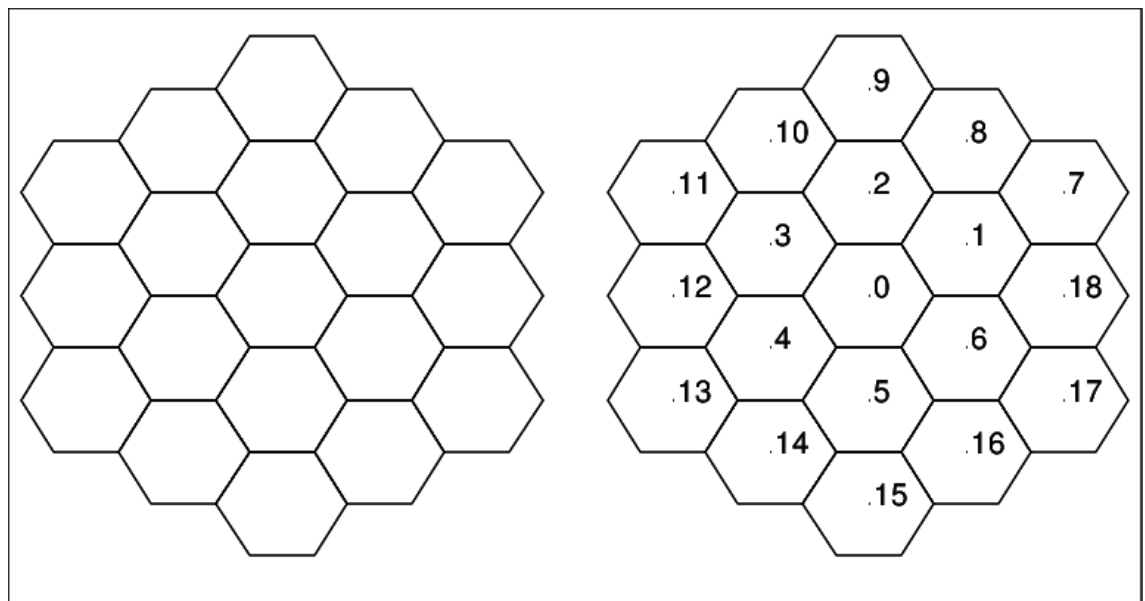
26 juin 2016

1 La consigne

La grille

La grille est formée de 19 hexagones.

Pour faciliter les explications, on repère ces hexagones en numérotant leur centre :



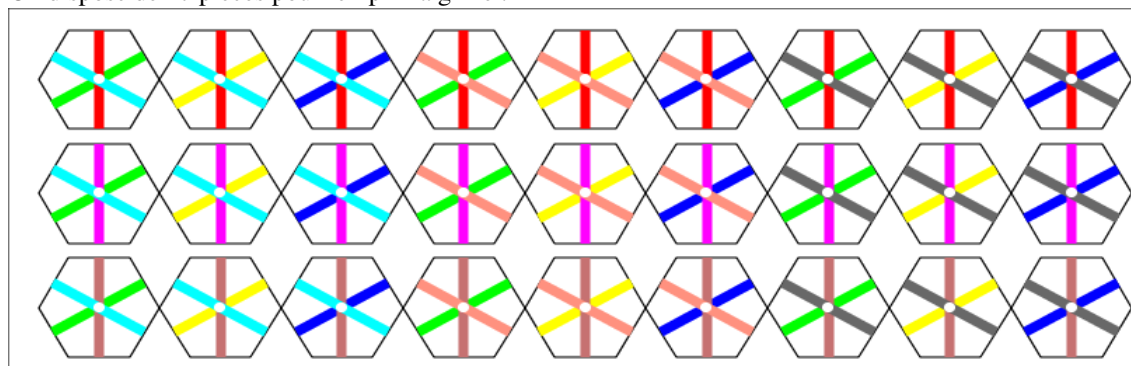
Les pièces

Pour faire les pièces on utilise 9 couleurs de code :

1,2,3,4,5,6,7,8 et 9. (on n'utilise pas le code 7 car c'est le code du blanc)



On dispose de 27 pièces pour remplir la grille :

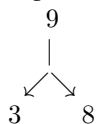


Le puzzle à réaliser

Il faut remplir la grille de façon à assembler 2 hexagones selon un côté de même couleur.

2 Analyse du problème

On met au départ une pièce au centre du puzzle, par exemple la pièce :



On nomme cette pièce 398.

Mettre la pièce 398 en position 0 cela impose non seulement la couleur des droites passant par le centre du puzzle, mais aussi les couleurs possibles des obliques et des verticales.

Puisque les pièces contenant 9 sont 296,2977,298,396,3977,398,496,4977,496,

les 5 obliques de pente positive (notées $O+$) peuvent avoir comme couleur 2, 3 ou 4,

les 5 obliques de pente négative (notées $O-$) peuvent avoir comme couleur 6, 77 ou 8 et

les 5 verticales (notées $V1, V2, V3, V4, V5$) qui peuvent avoir comme couleur 1, 5 ou 9.

Remarque 1

On ne peut pas avoir 3 droites V (resp 3 droites $O+$, 3 droites $O-$) de la même couleur.

Hypothèse 1

V2 et V3 peuvent-elle avoir la même couleur ?

Par exemple, peut-on mettre la pièce x9y en 3 ?

Cela entraîne que toutes les pièces contenant 9 seront utilisées.

Cela n'est pas possible car en regardant la couleur des obliques $O+$ on a :

en position 0 et 4 il faut mettre 398 et 396 ou 3977

en position 3 et 2 il faut mettre 298 et 296 ou 2977

Donc on remplit les positions 10 et 9 avec 496 ou 4977 ou 498

Il reste donc 3 pièces pour remplir les positions 14 et 5 mais ces 3 pièces ont des $O+$ de couleurs différentes.

C'est donc impossible.

Donc on a :

Conclusion 1 V2 et V3 doivent être de couleurs différentes :

les droites contenant 4 pièces et les droites passant par le centre ne peuvent pas avoir la même couleur.

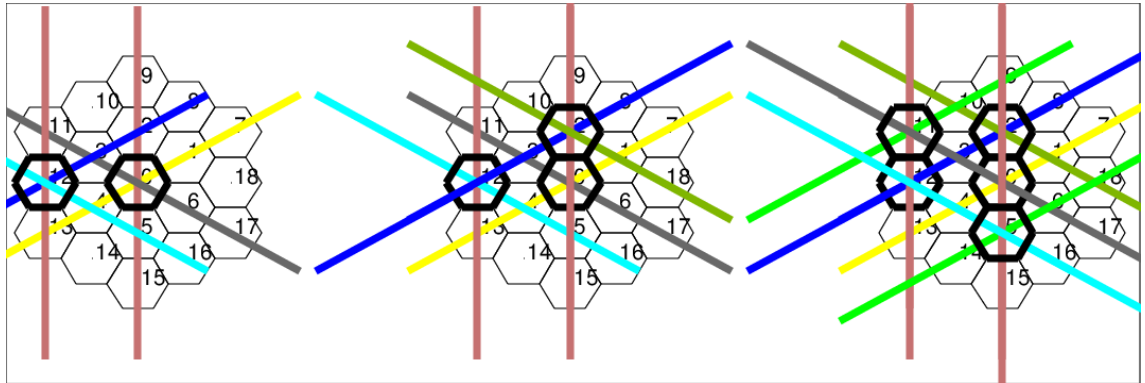
Hypothèse 2

V1 et V3 peuvent-elle avoir la même couleur ?

Par exemple, peut-on mettre x9y en 12 ?

D'après la conclusion 1 on ne peut mettre que 29x ou 49x ($x=6$ ou 77)

Peut-on mettre la pièce 496 en 12 ?

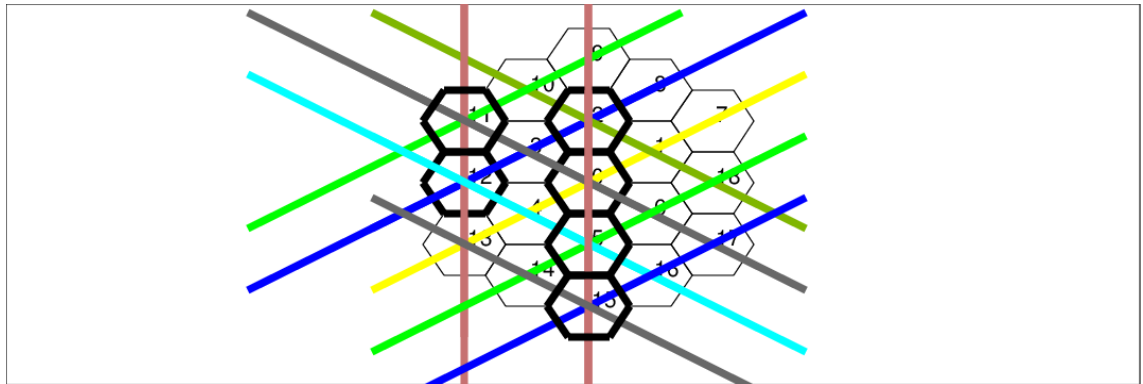


Si la pièce 496 est en 12, cela entraîne qu'il faut mettre :

4977 en 2 (puisque 498 n'est pas possible d'après la conclusion 1),

296 en 5 (puisque 396 n'est pas possible d'après la conclusion 1 et 496 n'est pas possible car 496 est en 12)

298 en 11 (car 398 est en 0 et on ne peut pas mettre 498 en 11 puisque cela entraînerait que l'on ne peut pas remplir la position 9 avec un 49x puisque les pièces 496 (en 12), 4977 (en 2), et 498 (en 11) sont déjà utilisées.



Que peut-on mettre en 15 ? il y a 2 droites $O+$ de couleur 2 donc on ne peut pas mettre 29x (remarque 1) on ne peut pas mettre 396 ou 397 car alors les pièces en position 13 et 15 seraient de la même couleur 496 (en 12), 4977 (en 2) donc il reste 498 ce qui est impossible car alors il faudrait mettre 398 en 13 ! Donc on ne peut pas mettre 496 en 12.

De même on ne peut pas mettre 4977, ni 296 ni 2977 en 12.

Conclusion 2 V1 et V3 doivent être de couleurs différentes :

les droites contenant 3 pièces et les droites passant par le centre ne peuvent pas avoir la même couleur.

Hypothèse 3

V1 et V2 peuvent-elle avoir la même couleur ?

Supposons V1, V2 de couleur 1 et V4, V5 de couleur 5.

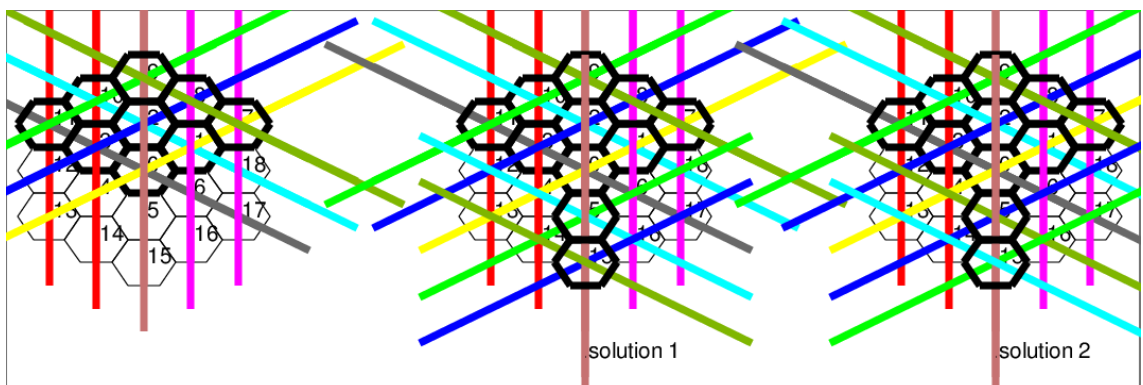
Plaçons par exemple 418 en 3 (on pourrait aussi mettre 218 en 3 ce qui revient à permuter les couleurs 4 et 2).

Cela entraîne qu'il faut mettre 218 en 11 (car on ne peut pas mettre 318 d'après la conclusion2).

On peut mettre par exemple 216 en 10 (on pourrait aussi mettre 217 en 10 ce qui revient à permuter les couleurs 6 et 7).

Donc on doit mettre 356 en position 1 et 496 en position 2.

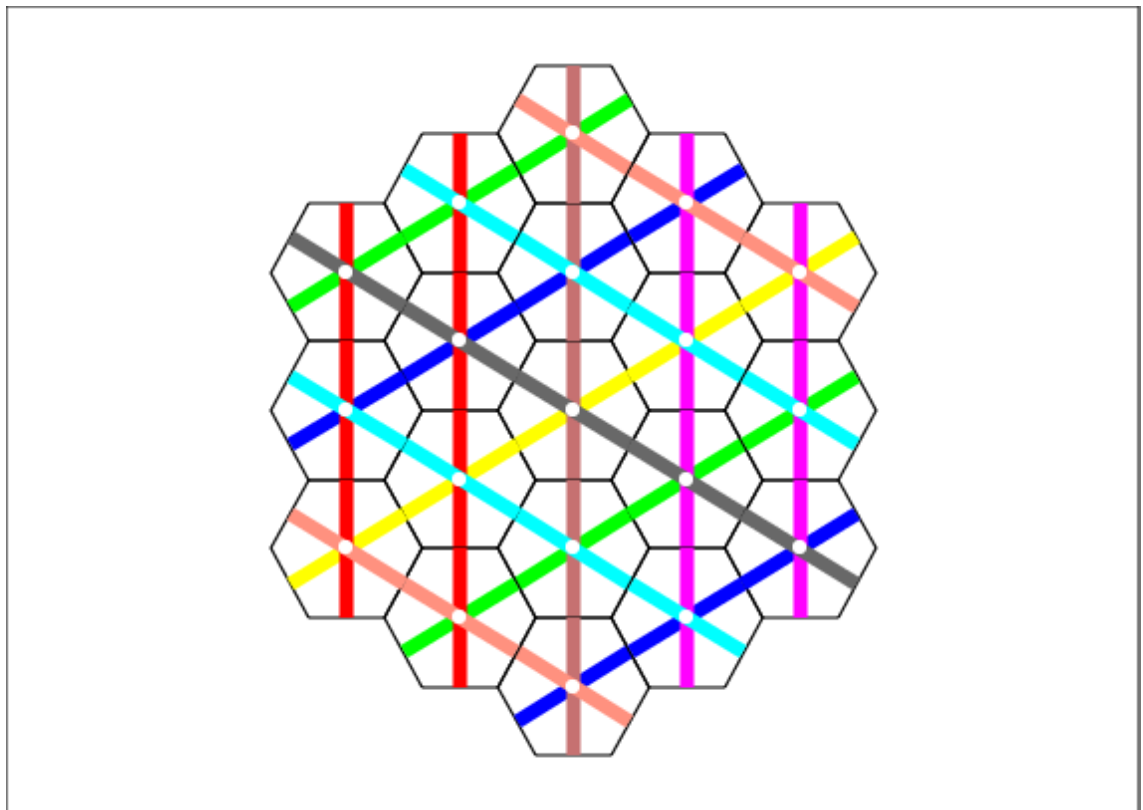
donc on doit mettre 3577 en position 7 (car 356 est en position 1) et on doit mettre 4577 en 8 et 2977 en 9.



En position 5 on peut mettre 296 (resp 4977)

En position 15 on peut mettre 4977 (resp 296)

On a donc obtenu comme solution :



On notera cette solution : [24324][11955][76867]

Conclusion 3 $V1$ et $V2$ peuvent être de la même couleur.

Hypothèse 4

Les droites situées d'un même côté des droites passant par le centre ont des couleurs différentes : par exemple, $V1$ et $V2$ peuvent-elle avoir des couleurs différentes avec $O1+$, $O2+$ $O1-$ et $O2-$ de couleurs différentes ?

Plaçons par exemple 218 en 11 et 458 en 3 (on pourrait aussi mettre 418 en 11 et 258 en 3 ce qui revient à permuter les couleurs 4 et 2). On ne met pas 218 en 11 et 258 en 3 car alors $O1+$ et $O2+$ serait de la couleur 2 et cela revient à l'étude précédente déjà faite (cf hypothèse 3).

On obtient alors comme grille possible : grille1 : [24324][15915][? ? 8 ? ?]

grille2 : [24342][15915][? ? 8 ? ?]

grille3 : [24324][15951][? ? 8 ? ?]

grille4 : [24342][15951][? ? 8 ? ?]

la grille1 est impossible car 218 se trouve en 11 et en 6

la grille4 est impossible car 218 se trouve en 11 et en 17

Essayons de compléter la grille2 [24342][15915][? ? 8 ? ?] :

Plaçons par exemple 356 en 4 (resp 357 en 4), cela entraîne qu'il faut mettre 357 en 7 (resp 356 en 7).

ce qui est impossible car 496 (resp 497) se trouve en 2 et en 5 Essayons de compléter la grille3 [24324][15951][? ? 8 ? ?] :

Plaçons par exemple 356 en 4 (resp 357 en 4), cela entraîne qu'il faut mettre 357 en 7 (resp 356 en 7).

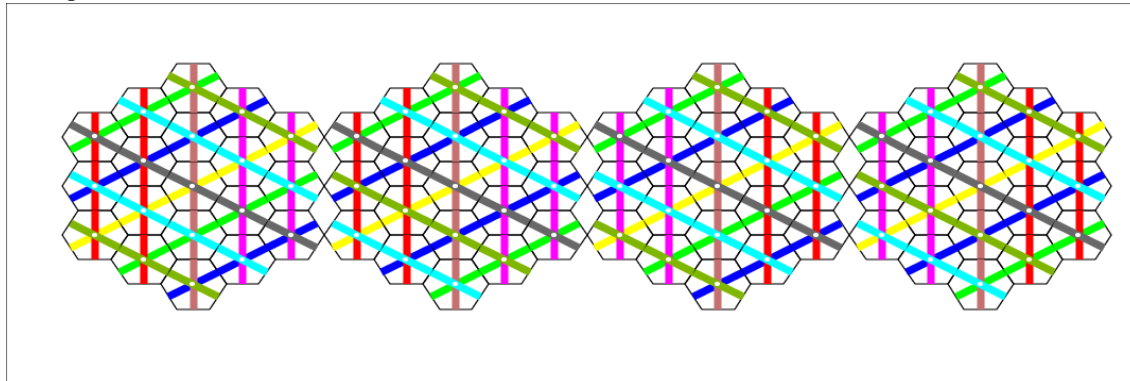
ce qui est impossible car 436 (resp 437) se trouve en 1 et en 4.

En résumé On obtient 8 solutions lorsque 398 est en 0 et V_1 et V_2 sont de couleur 1 en mettant :

1. 418 en 3, 216 en 10, 296 en 5 et 497 en 15 -> solution : [24324][11955][76867],
pièces non utilisées : 298 , 396, 397, 498, 257, 318, 358, 417.
2. 418 en 3, 2177 en 10, 2977 en 5 et 496 en 15 -> solution : [24324][11955][67867].
pièces non utilisées : 298 , 396, 397, 498, 256, 318, 358, 416.
3. 418 en 3, 216 en 10, 496 en 5 et 2977 en 15 -> solution : [24342][11955][76876],
pièces non utilisées : 298 , 396, 397, 498, 256, 318, 358, 217.
4. mettre 418 en 3, 2177 en 10 4977 en 5 et 296 en 15 -> solution : [24342][11955][67867],
pièces non utilisées : 298 , 396, 397, 498, 257, 318, 358, 216.
5. 218 en 3, 416 en 10, 496 en 5 et 2977 en 15 -> solution : [42342][11955][76867],
pièces non utilisées : 298 , 396, 397, 498, 457, 318, 358, 217.
6. 218 en 3, 4177 en 10, 4977 en 5 et 296 en 15 -> solution : [42342][11955][67876],
pièces non utilisées : 298 , 396, 397, 498, 456, 318, 358, 216.
7. 218 en 3, 416 en 10, 296 en 5 et 4977 en 15 -> solution : [42324][11955][76876].
pièces non utilisées : 298 , 396, 397, 498, 456, 318, 358, 417.
8. 218 en 3, 4177 en 10, 2977 en 5 et 496 en 15 -> solution : [42324][11955][67867],
pièces non utilisées : 298 , 396, 397, 498, 457, 318, 358, 416.

On obtient 8 solutions lorsque 398 est en position 0 et V_1 et V_2 sont de couleur 5.

Exemples avec V_1 et V_2 de couleur 1 ou 5 :



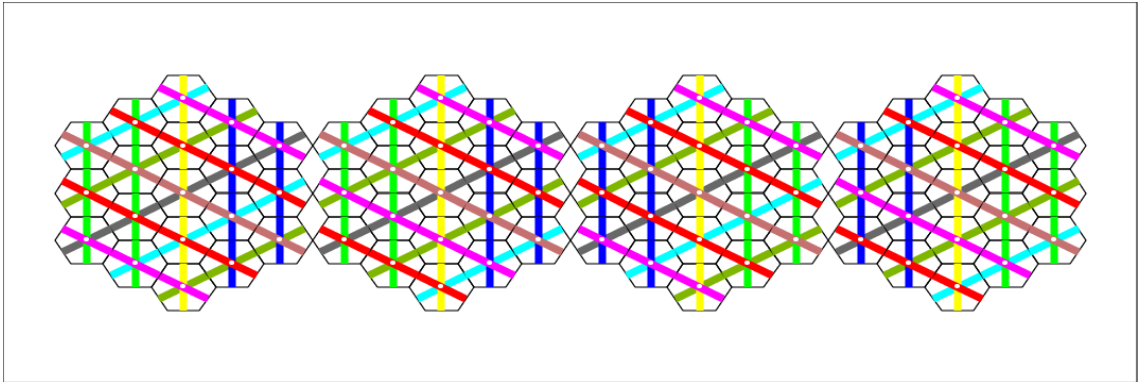
On obtient 8 solutions lorsque 398 est en position 0 avec $O1+$ et $O2+$ sont de couleur 2 (avec la fonction $f : [1,2,3,4,5,6,77,8,9] \rightarrow [2,6,8,77,4,1,5,9,3]$).

Puis il faut tourner le puzzle terminé pour avoir 398 en position 0.

On obtient aussi 8 solutions lorsque 398 est en position 0 et $O1+$ et $O2+$ sont de la couleur 4 (pour cela on utilise la fonction $g : [1,2,3,4,5,6,77,8,9] \rightarrow [4,6,8,77,2,1,5,9,3]$).

Puis il faut tourner le puzzle terminé pour avoir 398 en position 0.

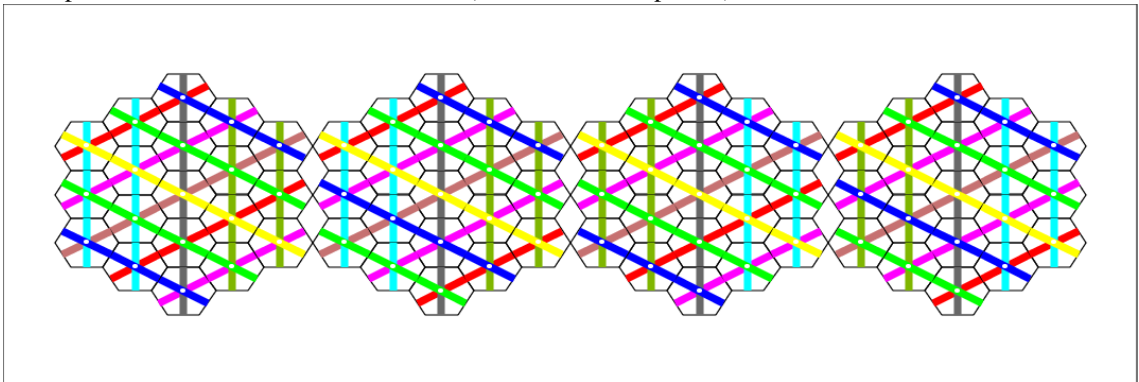
Exemples avec V_1 et V_2 de couleur 2 ou 4 (il faut tourner le puzzle) :



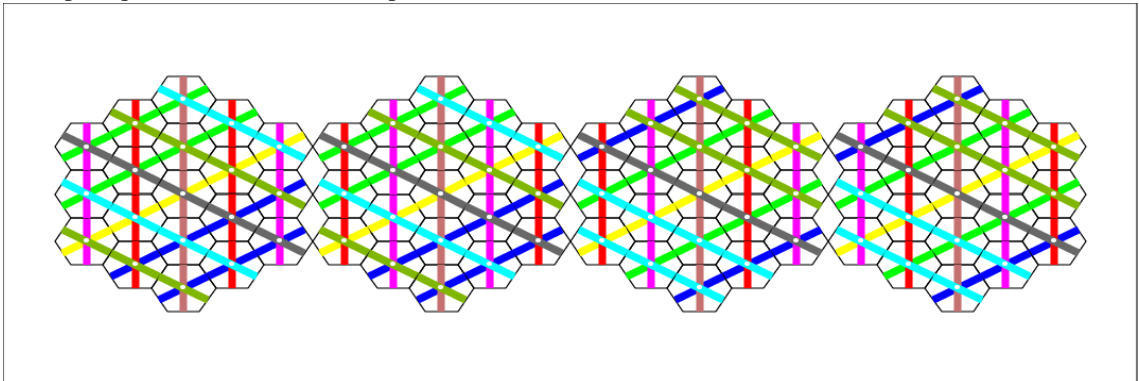
On obtient 8 solutions lorsque 398 est en position 0 et $O1-$ et $O2-$ sont de la couleur 6 (pour cela on utilise la fonction $f \circ f$ et la rotation r).

On obtient 8 solutions lorsque 398 est en position 0 avec $O1+$ et $O2+$ sont de la couleur 7 (pour cela on utilise la fonction $g \circ g$).

Exemples avec V_1 et V_2 de couleur 6 ou 77 (il faut tourner le puzzle) :

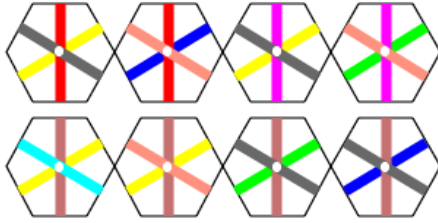
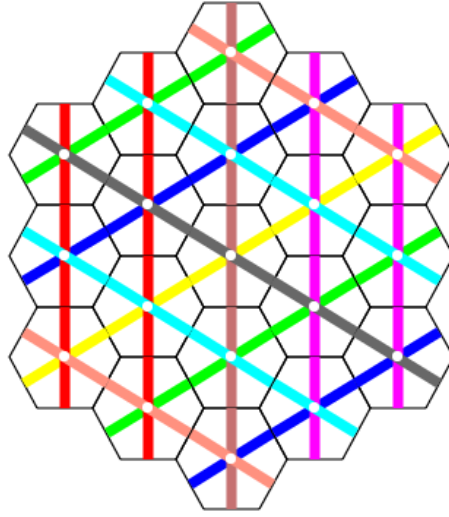


Exemples quand on a fait tourner le puzzle :



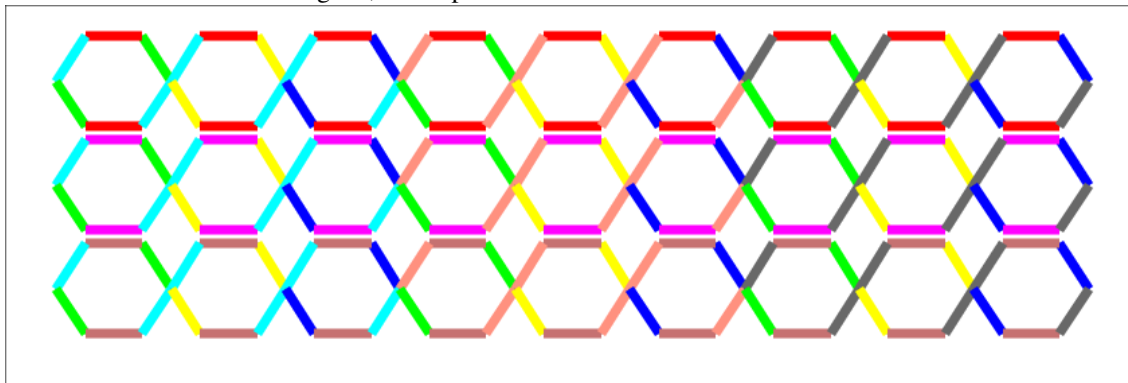
Soit en tout 48 solutions lorsqu'on a posé une pièce au centre du puzzle.

La solution 1 et les pièces non utilisées

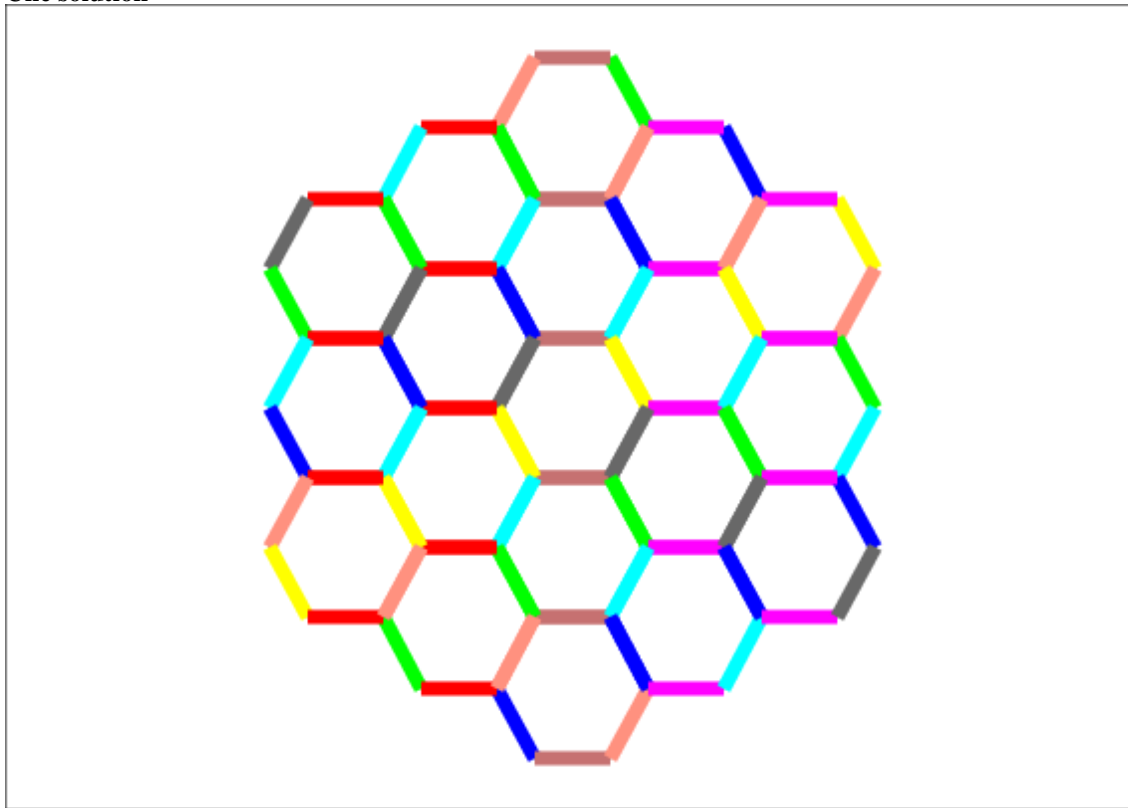


La variante1

On colore les bords de l'hexagone, les 27 pièces sont alors :

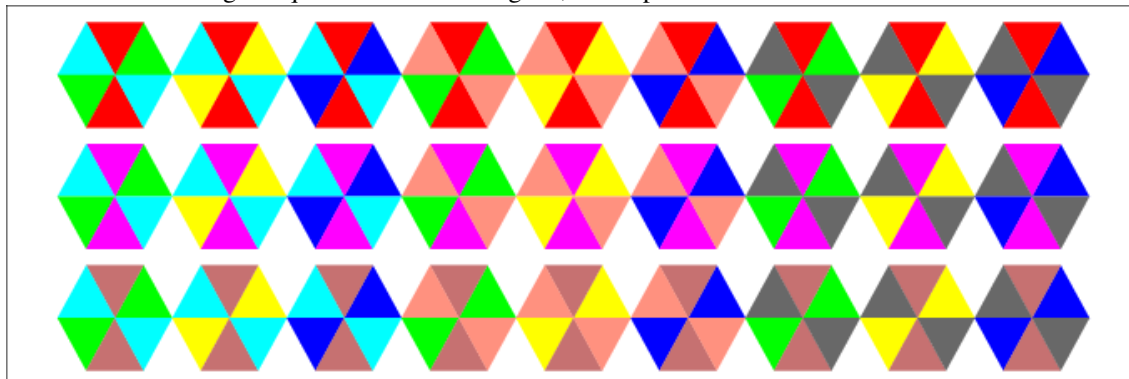


Une solution

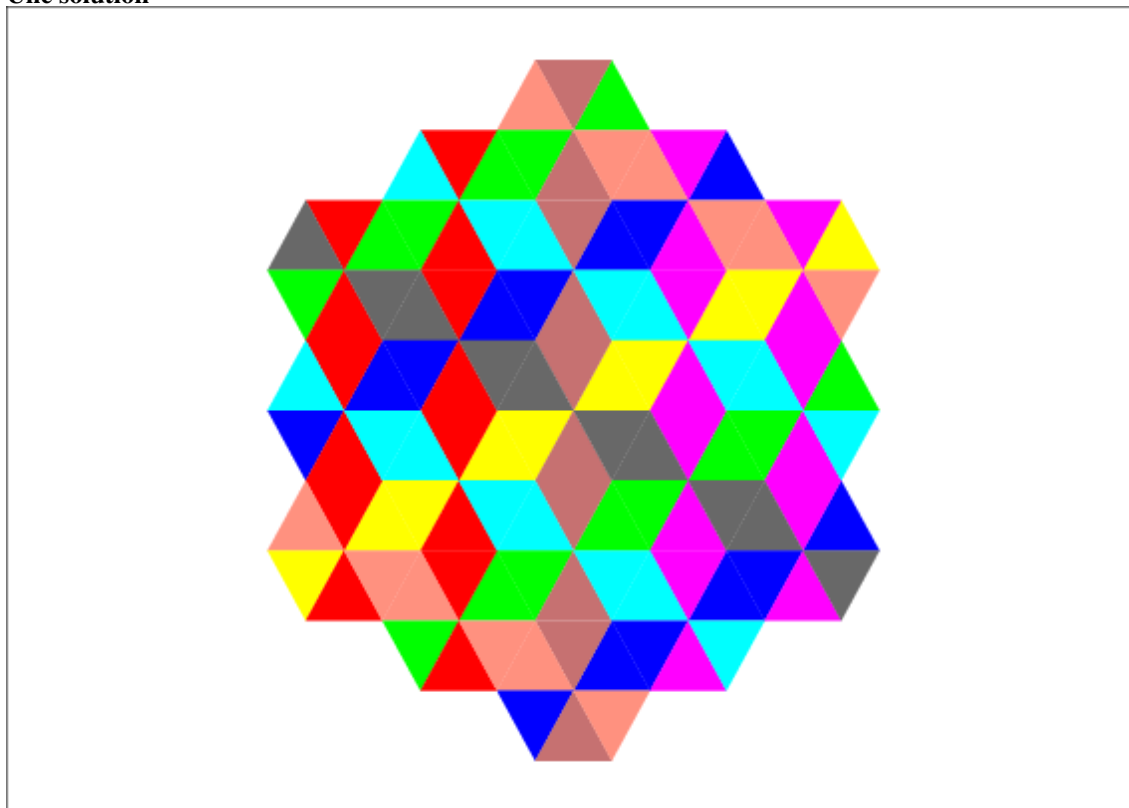


La variante2

On colore les 6 triangles équilatéraux de l'hexagone, les 27 pièces sont alors :



Une solution



3 Les programmes

Les programmes en géométrie `coul(c)` renvoie les couleurs de code 1,2,3,4,5,6,c,8,9.
`cg(c,r)` renvoie les centres des hexagones de côtés r de la grille de centre c .
`lg(c,r)` affiche le centre des hexagones de la grille avec comme légende un numéro.
`grille(c,r)` renvoie la grille de centre c constituée de 19 hexagones de côtés r .
`puzzle(c,r,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9)` renvoie la solution avec comme couleur $c_k = k$ si $k! = 7$ et $c_7 = 77$ ou avec d'autres couleurs. On tape dans un niveau de programmation :

```
coul(c):={
local L,j;
L:=NULL;
pour j de 1 jusque 9 faire L:=L,affichage(carre(j,j+1),j+rempli);
L:=L,legende(j+(3+4i)/8,j);
fpour;
L:=L,affichage(carre(7,8),c+rempli);
L:=L,legende(7+(3+4i)/8,c);
retourne L;
};;

cg(c,r):={
local L,h,j;
h:=r*sqrt(3)/2;
L:=point(c);
pour j de 0 jusque 5 faire
L:=L,point(c+2h*exp(i*(pi/6+j*pi/3)));
fpour;
pour j de 0 jusque 5 faire
L:=L,point(c+4h*exp(i*(pi/6+j*pi/3)));
L:=L,point(c+3r*exp(i*(pi/3+j*pi/3)));
fpour;
retourne L;
};;

lg(c,r):={
local L,h,j,A;
h:=r*sqrt(3)/2;
L:=legende(point(c),"0");
pour j de 1 jusque 18 faire
L:=L,legende(cgl(c,r)[j],j);
fpour;
retourne [L];
};;

grille(c,r):={
local L,h,j;
h:=r*sqrt(3)/2;
L:=isopolygone(c,point(c+r),-6);
pour j de 1 jusque 18 faire
```

```

    L:=L,isopolygone (cg (c,r) [j],cg (c,r) [j]+r,-6);
fpour;
retourne L;
};
solpuzzle1 (c,r,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9) :={
local L;
L:=NULL;
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [0],r,c3,c9,c8);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [2],r,c4,c9,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [9],r,c2,c9,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [5],r,c2,c9,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [15],r,c4,c9,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [10],r,c2,c1,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [3],r,c4,c1,c8);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [4],r,c3,c1,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [14],r,c2,c1,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [11],r,c2,c1,c8);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [12],r,c4,c1,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [13],r,c3,c1,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [8],r,c4,c5,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [1],r,c3,c5,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [6],r,c2,c5,c8);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [16],r,c4,c5,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [7],r,c3,c5,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [18],r,c2,c5,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [17],r,c4,c5,c8);
retourne L;
};
solpuzzle2 (c,r,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9) :={
local L;
L:=NULL;
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [0],r,c3,c9,c8);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [2],r,c4,c9,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [9],r,c2,c9,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [5],r,c4,c9,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [15],r,c2,c9,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [10],r,c2,c1,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [3],r,c4,c1,c8);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [4],r,c3,c1,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [14],r,c4,c1,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [11],r,c2,c1,c8);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [12],r,c4,c1,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [13],r,c3,c1,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [8],r,c4,c5,c7);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [1],r,c3,c5,c6);
L:=L,piece (c+cg1 (0,1) [6],r,c4,c5,c8);

```

```

L:=L,piece(c+cg1(0,1)[16],r,c2,c5,c7);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[7],r,c3,c5,c7);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[18],r,c4,c5,c6);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[17],r,c2,c5,c8);
retourne L;
};;

solpuzzle3(c,r,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9):={
local L,R,L1;
L1:=[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18];
L1:=[0,6,1,2,3,4,5,17,18,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16];
R(x):=L1[x];
L:=NULL;
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(0)],r,c9,c8,c3);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(2)],r,c9,c6,c4);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(9)],r,c9,c7,c2);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(5)],r,c9,c6,c2);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(15)],r,c9,c7,c4);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(10)],r,c1,c6,c2);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(3)],r,c1,c8,c4);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(4)],r,c1,c6,c3);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(14)],r,c1,c7,c2);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(11)],r,c1,c8,c2);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(12)],r,c1,c6,c4);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(13)],r,c1,c7,c3);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(8)],r,c5,c7,c4);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(1)],r,c5,c6,c3);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(6)],r,c5,c8,c2);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(16)],r,c5,c6,c4);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(7)],r,c5,c7,c3);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(18)],r,c5,c6,c2);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[R(17)],r,c5,c8,c4);
retourne L;
};;

solpuzzle4(c,r,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9):={
local L,R,L1;
L1:=[0,6,1,2,3,4,5,17,18,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16];
R(x):=L1[x];
L:=NULL;
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(0)],r,c8,c3,c9);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(2)],r,c6,c4,c9);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(9)],r,c7,c2,c9);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(5)],r,c6,c2,c9);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(15)],r,c7,c4,c9);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(10)],r,c6,c2,c1);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(3)],r,c8,c4,c1);

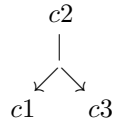
```

```

L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(4)],r,c6,c3,c1);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(14)],r,c7,c2,c1);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(11)],r,c8,c2,c1);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(12)],r,c6,c4,c1);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(13)],r,c7,c3,c1);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(8)],r,c7,c4,c5);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(1)],r,c6,c3,c5);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(6)],r,c8,c2,c5);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(16)],r,c6,c4,c5);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(7)],r,c7,c3,c5);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(18)],r,c6,c2,c5);
L:=L,piece(c+cg1(0,1)[(R@@5)(17)],r,c8,c4,c5);
retourne L;
};

```

piece(c,r,c1,c2,c3) dessine un hexagone de centre d'affixe c ayant un sommet d'affixe c+r et de couleur c1,c2,c3:



```

piece(c,r,c1,c2,c3):={
  local L,h;
  h:=r*sqrt(3)/2;
  L:=isopolygone(c,point(c+r),-6);
  L:=L,segment(c+h*exp(i*pi/6),c+h*exp(7*i*pi/6),
    affichage=c1+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,segment(c+h*exp(i*pi/2),c+h*exp(3*i*pi/2),
    affichage=c2+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,segment(c+h*exp(-i*pi/6),c+h*exp(5*i*pi/6),
    affichage=c3+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,cercle(c,r/10,affichage=7+rempli);
  retourne L;
};

```

piecel(c,r,c1,c2,c3) est utilisée pour l'analyse du problème.

```

piecel(c,r,c1,c2,c3):={
  local L,h;
  h:=r*sqrt(3)/2;
  L:=segment(c+7*h*exp(i*pi/6),c+7*h*exp(7*i*pi/6),
    affichage=c1+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,segment(c+7*h*exp(i*pi/2),c+7*h*exp(3*i*pi/2),
    affichage=c2+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,segment(c+7*h*exp(-i*pi/6),c+7*h*exp(5*i*pi/6),
    affichage=c3+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,isopolygone(c,point(c+r),-6,affichage=epaisseur_ligne_7);
}

```

```

    retourne L;
};

```

Les pièces des variantes :

```

piecec(c,r,c1,c2,c3):={
  local L,j;
  L:=isopolygone(c,point(c+r),-6);
  L:=L,segment(c+r,c+r*exp(i*pi/3),
    affichage=c1+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,segment(c+r*exp(i*pi/3),c+r*exp(2*i*pi/3),
    affichage=c2+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,segment(c+r*exp(2*i*pi/3),c+r*exp(3*i*pi/3),
    affichage=c3+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,segment(c+r*exp(3*i*pi/3),c+r*exp(4*i*pi/3),
    affichage=c1+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,segment(c+r*exp(4*i*pi/3),c+r*exp(5*i*pi/3),
    affichage=c2+epaisseur_ligne_7);
  L:=L,segment(c+r*exp(5*i*pi/3),c+r*exp(6*i*pi/3),
    affichage=c3+epaisseur_ligne_7);
  retourne L;
};

piecep(c,r,c1,c2,c3):={
  local L;
  //L:=isopolygone(c,point(c+r),-6);
  L:=L,affichage(triangle_equilateral(c+r,c+r*exp(i*pi/3)),
    c1+rempli);
  L:=L,affichage(triangle_equilateral(c+r*exp(i*pi/3),
    c+r*exp(2*i*pi/3)),c2+rempli);
  L:=L,affichage(triangle_equilateral(c+r*exp(2*i*pi/3),
    c+r*exp(3*i*pi/3)),c3+rempli);
  L:=L,affichage(triangle_equilateral(c+r*exp(3*i*pi/3),
    c+r*exp(4*i*pi/3)),c1+rempli);
  L:=L,affichage(triangle_equilateral(c+r*exp(4*i*pi/3),
    c+r*exp(5*i*pi/3)),c2+rempli);
  L:=L,affichage(triangle_equilateral(c+r*exp(5*i*pi/3),
    c+r*exp(6*i*pi/3)),c3+rempli);
  retourne L;
};

```

Dans un niveau de géométrie, on tape pour avoir les 27 pièces :

```

piece(-6,1,2,9,6), piece(-6+2i,1,2,5,6), piece(-6+4i,1,2,1,6);
piece(-4,1,3,9,6), piece(-4+2i,1,3,5,6), piece(-4+4i,1,3,1,6);
piece(-2,1,4,9,6), piece(-2+2i,1,4,5,6), piece(-2+4i,1,4,1,6);
piece(0,1,2,9,77), piece(2i,1,2,5,77), piece(4i,1,2,1,77);

```

```

piece(2,1,3,9,77), piece(2+2i,1,3,5,77), piece(2+4i,1,3,1,77);
piece(4,1,4,9,77), piece(4+2i,1,4,5,77), piece(4+4i,1,4,1,77);
piece(6,1,2,9,8), piece(6+2i,1,2,5,8), piece(6+4i,1,2,1,8);
piece(8,1,3,9,8), piece(8+2i,1,3,5,8), piece(8+4i,1,3,1,8);
piece(10,1,4,9,8), piece(10+2i,1,4,5,8), piece(10+4i,1,4,1,8);

```

On obtient les 27 pièces.

Dans un niveau de géométrie, on tape pour avoir une solution :

```

//grille(0,1);lg(0,1)[0];
piece(lg(0,1)[1,0],1,3,9,8);
piece(lg(0,1)[1,2],1,4,9,6);
piece(lg(0,1)[1,9],1,2,9,77);
piece(lg(0,1)[1,5],1,2,9,6);
piece(lg(0,1)[1,15],1,4,9,77);
piece(lg(0,1)[1,10],1,2,1,6);
piece(lg(0,1)[1,3],1,4,1,8);
piece(lg(0,1)[1,4],1,3,1,6);
piece(lg(0,1)[1,14],1,2,1,77);
piece(lg(0,1)[1,11],1,2,1,8);
piece(lg(0,1)[1,12],1,4,1,6);
piece(lg(0,1)[1,13],1,3,1,77);
piece(lg(0,1)[1,8],1,4,5,77);
piece(lg(0,1)[1,1],1,3,5,6);
piece(lg(0,1)[1,6],1,2,5,8);
piece(lg(0,1)[1,16],1,4,5,6);
piece(lg(0,1)[1,7],1,3,5,77);
piece(lg(0,1)[1,18],1,2,5,6);
piece(lg(0,1)[1,17],1,4,5,8);

```

On obtient une solution.

On tape pour connaître les 8 pièces non utilisées :

```

piece(-6,1,3,1,8);piece(-4,1,4,1,77);
piece(-2,1,3,5,8);piece(0,1,2,5,77);
piece(2,1,3,9,6);piece(4,1,3,9,77);
piece(6,1,2,9,8);piece(8,1,4,9,8);

```

4 Les programmes des 2 variantes

En remplaçant `piece` par `piecec` on obtient les pièces de la 1^{ière} variante :

```

piecec(-6,1,2,9,6), piecec(-6+2i,1,2,5,6), piecec(-6+4i,1,2,1,6);
piecec(-4,1,3,9,6), piecec(-4+2i,1,3,5,6), piecec(-4+4i,1,3,1,6);
piecec(-2,1,4,9,6), piecec(-2+2i,1,4,5,6), piecec(-2+4i,1,4,1,6);
piecec(0,1,2,9,77), piecec(2i,1,2,5,77), piecec(4i,1,2,1,77);

```



```

piecec(2,1,3,9,77), piecec(2+2i,1,3,5,77), piecec(2+4i,1,3,1,77);
piecec(4,1,4,9,77), piecec(4+2i,1,4,5,77), piecec(4+4i,1,4,1,77);
piecec(6,1,2,9,8), piecec(6+2i,1,2,5,8), piecec(6+4i,1,2,1,8);
piecec(8,1,3,9,8), piecec(8+2i,1,3,5,8), piecec(8+4i,1,3,1,8);
piecec(10,1,4,9,8), piecec(10+2i,1,4,5,8), piecec(10+4i,1,4,1,8);

```

Une solution de la 1ière variante :

```

//grille(0,1);lg(0,1)[0];
piecec(lg(0,1)[1,0],1,3,9,8);
piecec(lg(0,1)[1,2],1,4,9,6);
piecec(lg(0,1)[1,9],1,2,9,77);
piecec(lg(0,1)[1,5],1,2,9,6);
piecec(lg(0,1)[1,15],1,4,9,77);
piecec(lg(0,1)[1,10],1,2,1,6);
piecec(lg(0,1)[1,3],1,4,1,8);
piecec(lg(0,1)[1,4],1,3,1,6);
piecec(lg(0,1)[1,14],1,2,1,77);
piecec(lg(0,1)[1,11],1,2,1,8);
piecec(lg(0,1)[1,12],1,4,1,6);
piecec(lg(0,1)[1,13],1,3,1,77);
piecec(lg(0,1)[1,8],1,4,5,77);
piecec(lg(0,1)[1,1],1,3,5,6);
piecec(lg(0,1)[1,6],1,2,5,8);
piecec(lg(0,1)[1,16],1,4,5,6);
piecec(lg(0,1)[1,7],1,3,5,77);
piecec(lg(0,1)[1,18],1,2,5,6);
piecec(lg(0,1)[1,17],1,4,5,8);

```

En remplaçant piece par piecep on obtient les pièces de la 2ième variante :

```

piecep(-6,1,2,9,6), piecep(-6+2i,1,2,5,6), piecep(-6+4i,1,2,1,6);
piecep(-4,1,3,9,6), piecep(-4+2i,1,3,5,6), piecep(-4+4i,1,3,1,6);
piecep(-2,1,4,9,6), piecep(-2+2i,1,4,5,6), piecep(-2+4i,1,4,1,6);
piecep(0,1,2,9,77), piecep(2i,1,2,5,77), piecep(4i,1,2,1,77);
piecep(2,1,3,9,77), piecep(2+2i,1,3,5,77), piecep(2+4i,1,3,1,77);
piecep(4,1,4,9,77), piecep(4+2i,1,4,5,77), piecep(4+4i,1,4,1,77);
piecep(6,1,2,9,8), piecep(6+2i,1,2,5,8), piecep(6+4i,1,2,1,8);
piecep(8,1,3,9,8), piecep(8+2i,1,3,5,8), piecep(8+4i,1,3,1,8);
piecep(10,1,4,9,8), piecep(10+2i,1,4,5,8), piecep(10+4i,1,4,1,8);

```

Une solution de la 2ième variante :

```

//grille(0,1);lg(0,1)[0];
piecep(lg(0,1)[1,0],1,3,9,8);
piecep(lg(0,1)[1,2],1,4,9,6);
piecep(lg(0,1)[1,9],1,2,9,77);
piecep(lg(0,1)[1,5],1,2,9,6);

```

```

piecep(lg(0,1)[1,15],1,4,9,77);
piecep(lg(0,1)[1,10],1,2,1,6);
piecep(lg(0,1)[1,3],1,4,1,8);
piecep(lg(0,1)[1,4],1,3,1,6);
piecep(lg(0,1)[1,14],1,2,1,77);
piecep(lg(0,1)[1,11],1,2,1,8);
piecep(lg(0,1)[1,12],1,4,1,6);
piecep(lg(0,1)[1,13],1,3,1,77);
piecep(lg(0,1)[1,8],1,4,5,77);
piecep(lg(0,1)[1,1],1,3,5,6);
piecep(lg(0,1)[1,6],1,2,5,8);
piecep(lg(0,1)[1,16],1,4,5,6);
piecep(lg(0,1)[1,7],1,3,5,77);
piecep(lg(0,1)[1,18],1,2,5,6);
piecep(lg(0,1)[1,17],1,4,5,8);

```

Les différents exemples de solutions sont obtenues avec :

```

solpuzzle1(0,1,1,2,3,4,5,6,77,8,9);solpuzzle2(8,1,1,2,3,4,5,6,77,8,9),
solpuzzle1(16,1,5,2,3,4,1,6,77,8,9);solpuzzle2(24,1,5,2,3,4,1,6,77,8,9);
solpuzzle1(0,1,2,6,8,77,4,1,5,9,3);solpuzzle2(8,1,2,6,8,77,4,1,5,9,3),
solpuzzle1(16,1,4,6,8,77,2,1,5,9,3);solpuzzle2(24,1,4,6,8,77,2,1,5,9,3);
solpuzzle1(0,1,6,1,9,5,77,2,4,3,8);solpuzzle2(8,1,6,1,9,5,77,2,4,3,8),
solpuzzle1(16,1,77,1,9,5,6,2,4,3,8);solpuzzle2(24,1,77,1,9,5,6,2,4,3,8);
solpuzzle3(-8,1,2,6,8,77,4,1,5,9,3),solpuzzle3(0,1,2,6,8,77,4,5,1,9,3), solpuzzle

```

5 Les programmes en Logo de la 2ième variante

```

piece(c3,c2,c1):={
  repete(2,crayon c3,triangle_plein(20,20,60),tourne_gauche 60,crayon c2,
    triangle_plein(20,20,60),tourne_gauche 60,crayon c1,
    triangle_plein(20,20,60),tourne_gauche 60);
};
puzzle():={
  efface;
  piece(3,9,8);tourne_gauche 30;saute 17.32*2;tourne_droite 30;
  piece(3,5,6);tourne_gauche 30;saute 17.32*2;tourne_droite 30;
  piece(3,5,77);saute -60;
  piece(4,9,6);tourne_gauche 30;saute 17.32*2;tourne_droite 30;
  piece(4,5,77);saute -60;
  piece(2,1,6);tourne_gauche 30;saute 17.32*2;tourne_droite 30;
  piece(2,9,77);tourne_gauche 30;saute -17.32*4;tourne_droite 30;
  piece(2,1,8);pas_de_cote -17.32*2;
  piece(4,1,6);pas_de_cote -17.32*2;
  piece(3,1,77);tourne_droite 30;saute 17.32*2;tourne_gauche 30;
  piece(2,1,77);tourne_droite 30;saute 17.32*2;tourne_gauche 30;

```

```
piece(4,9,77);tourne_gauche 30;saute 17.32*2;tourne_droite 30;
piece(4,5,6);tourne_gauche 30;saute 17.32*2;tourne_droite 30;
piece(4,5,8);pas_de_cote 17.32*2;
piece(2,5,6);tourne_gauche 30;saute -17.32*2;tourne_droite 30;
piece(2,5,8);tourne_gauche 30;saute -17.32*2;tourne_droite 30;
piece(2,9,6);tourne_droite 30;saute -17.32*2;tourne_gauche 30;
piece(3,1,6);pas_de_cote 17.32*2;
piece(4,1,8);tourne_droite 30;saute 17.32*2;tourne_gauche 30;
};;
```

Puis dans un niveau de dessin, on tape :

efface

puzzle()

Pour obtenir une solution de la 2ième variante.