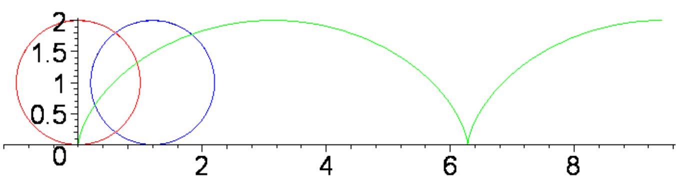
Exercice 3. Soit C un cercle de rayon R qui roule sans glisser (de gauche à droite) sur l'axe des x. On fixe un point M de C, et on étudie la trajectoire M(t) de ce point lors du roulement. On peut supposer que M(0) = M est à l'origine. Chercher les coordonnées de M(t). [résultat: x(t) = R(t - sin(t)), y(t) = R(1 - cos(t))]

```
> ########### EX 3 (Cycloïde)
  with(plots):R:=1:theta:=1.2:
  P0:=plot([ R*(t-sin(t)), R*(1-cos(t)),t=0..3*Pi], color=green):
  C0:=plot([ R*cos(t), R*(sin(t)+1),t=0..3*Pi], color=red):
  C1:=plot([ R*(cos(t)+theta), R*(sin(t)+1),t=0..3*Pi],
  color=blue):

  display(P0, C0,C1,scaling=CONSTRAINED);
```



Exercice 4. Soit n \ge 2 un entier naturel et \gamma un cercle de rayon 1/n que l'on fait rouler (sans glissement) à l'intérieur du cercle unité. On fixe un point M du cercle mobile, il décrit dans le mouvement une courbe. On prend comme paramètre l'angle polaire\theta \in R, du point de contact H(\theta) = (cos(\theta), sin(\theta)) du cercle \gamma avec le grand. On suppose que M(0) = H(0) = (1,0).

a) Calculer les coordonnées du centre I(\theta) de \gamma au temps \theta.

b) Montrer que l'angle \widehat M(\theta);H(\theta) est n\theta

c) Trouver les coordonnées de M(\theta) = (x(\theta), y(\theta)).

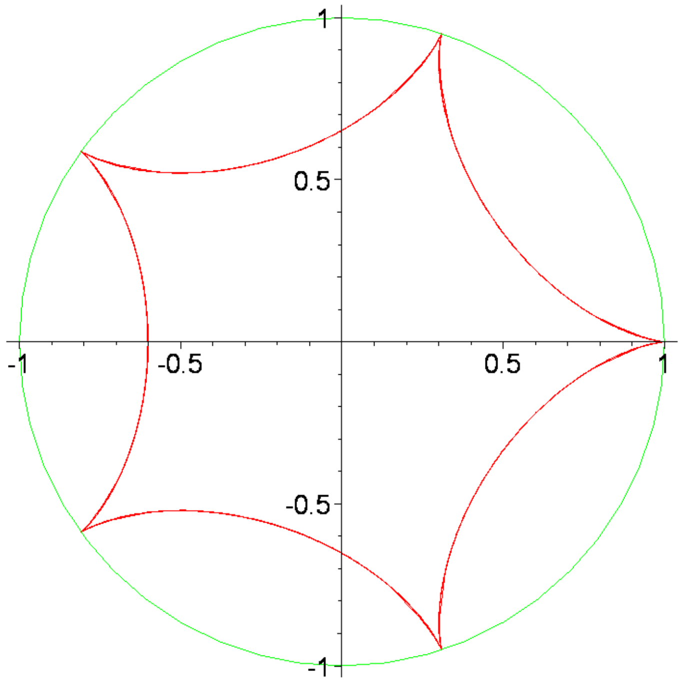
[résultat:

x(\theta) = (1/n)((n-1)cos\theta+cos(n-1)\theta),

y(μ) = (1/n)((n-1)sin\theta-sin(n-1)\theta)]

```
> ########### EX 4 (Astroïde)
  with(plots):n:=5;
  P1:=plot([ cos(t), sin(t),t=-Pi..Pi], color=green):
  P2:=plot([(1/n)*((n-1)*cos(t)+cos((n-1)*t)),
  (1/n)*((n-1)*sin(t)-sin((n-1)*t)),t=-n*Pi..n*Pi]):
  display(P1,P2);
```

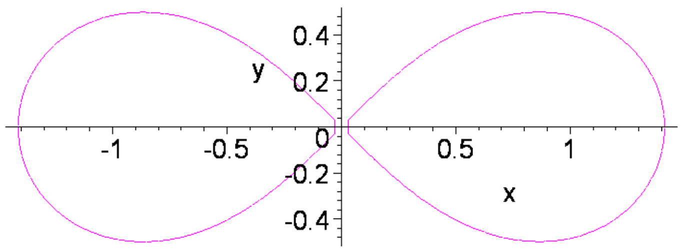
$$n := 5$$



Exercice 5. On consider les points F = (1, 0) et F' = (-1, 0) dans le plan. Déterminer une équation cartésienne et polaire de l'ensemble C des points M tels que d(M; F) \cdot d(M; F') = 1. (lemniscate de Bernoulli)

```
> with(plots):F:=((x-1)^2+y^2)*((x+1)^2+y^2)-1;
  b0:=implicitplot(F=0, x=-2..2,y=-2..2,color=magenta ,
  numpoints=5000):
  display(b0, scaling=CONSTRAINED);
```

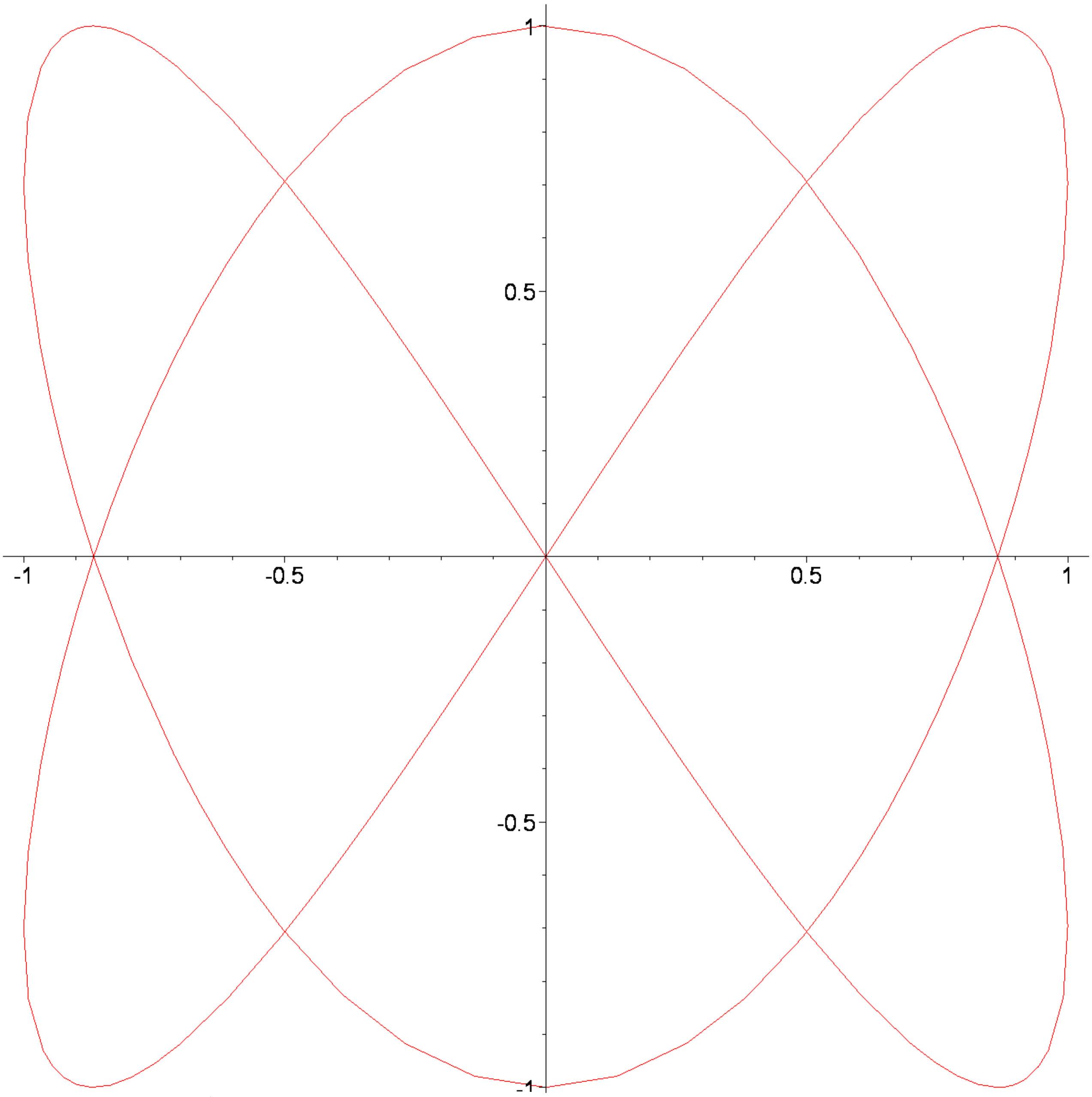
$$F := ((x-1)^2 + y^2)\,((x+1)^2 + y^2) - 1$$



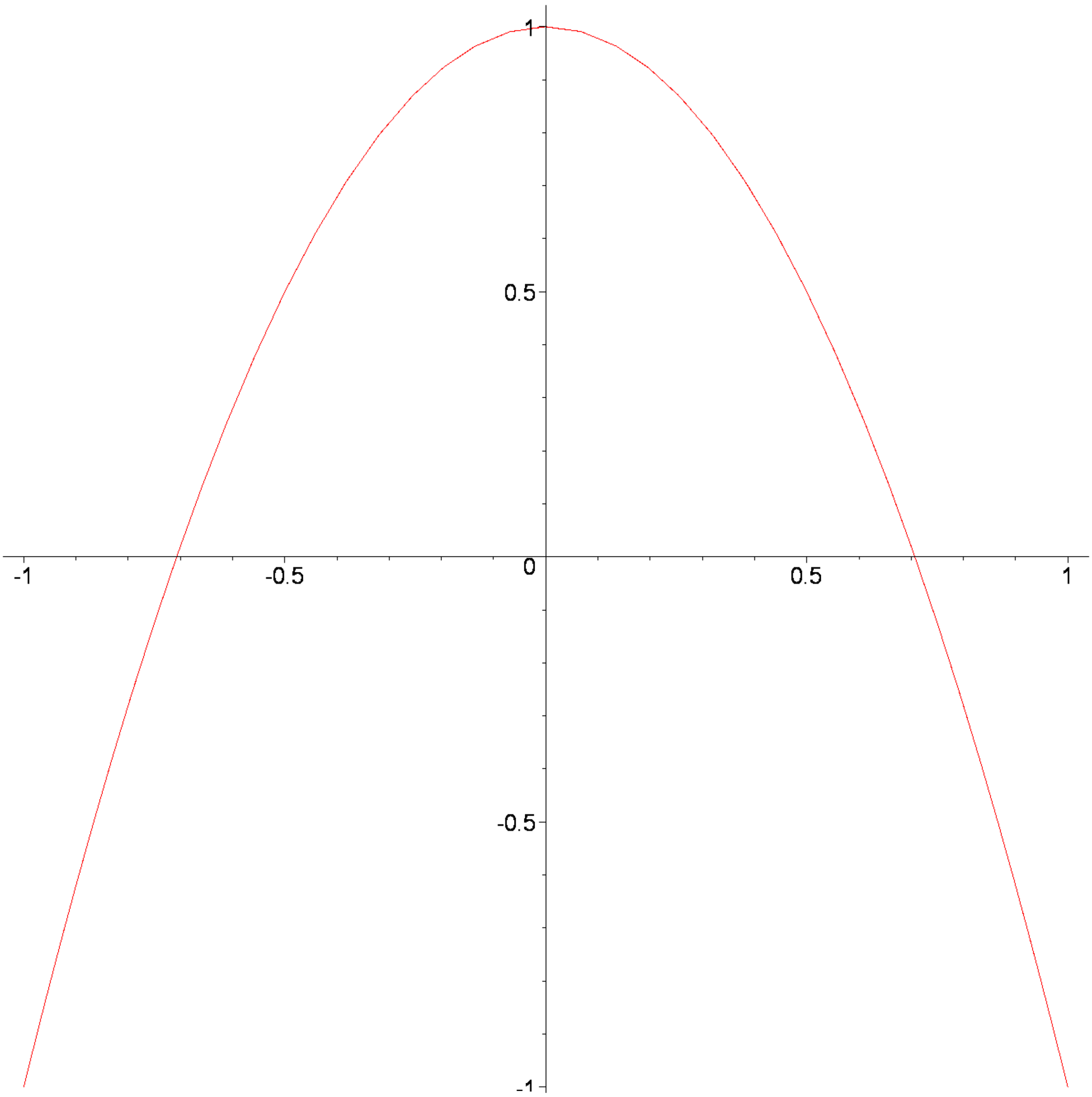
Exercice 8. Soient a, b \in R, a \ne 0 des constantes. On considère la courbe de Lissajous f(t) = (x(t), y(t)), où x(t) = sin(t), y(t) = sin(at + b).
a) On suppose que b = \pi/2. Tracer (qualitativement) l'image de la courbe

pour a = 2 et a = 3/2.
b) Montrer qu'elle est périodique si et seulement si a est rationnel.
c) Que peut-on dire sur la nature de l'image de la courbe si a n'est pas rationnel ?

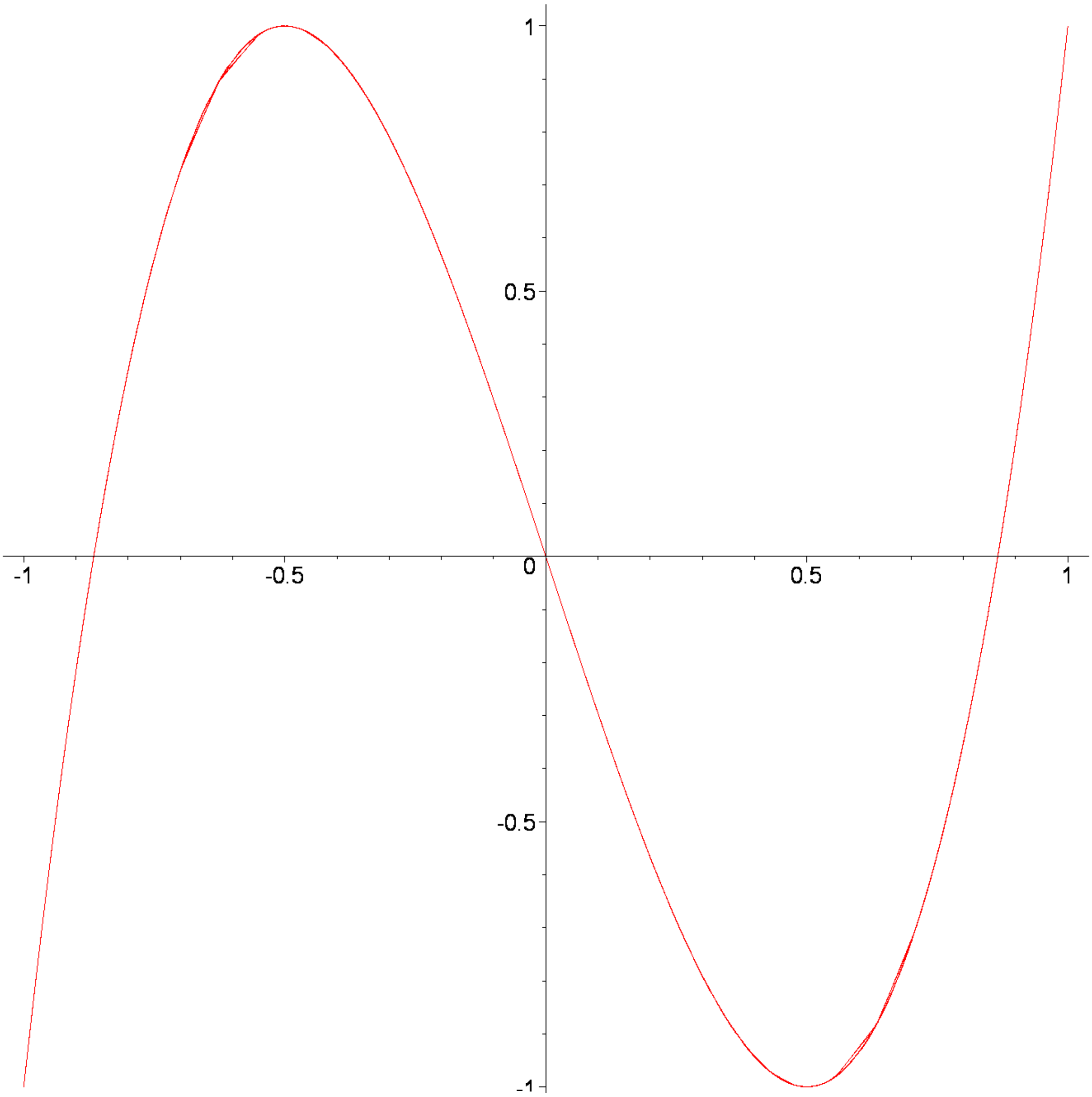
```
> a:=3/2:b:=Pi/2:plot([sin(t), sin(a*t+b), t=-2*Pi..2*Pi]);
```



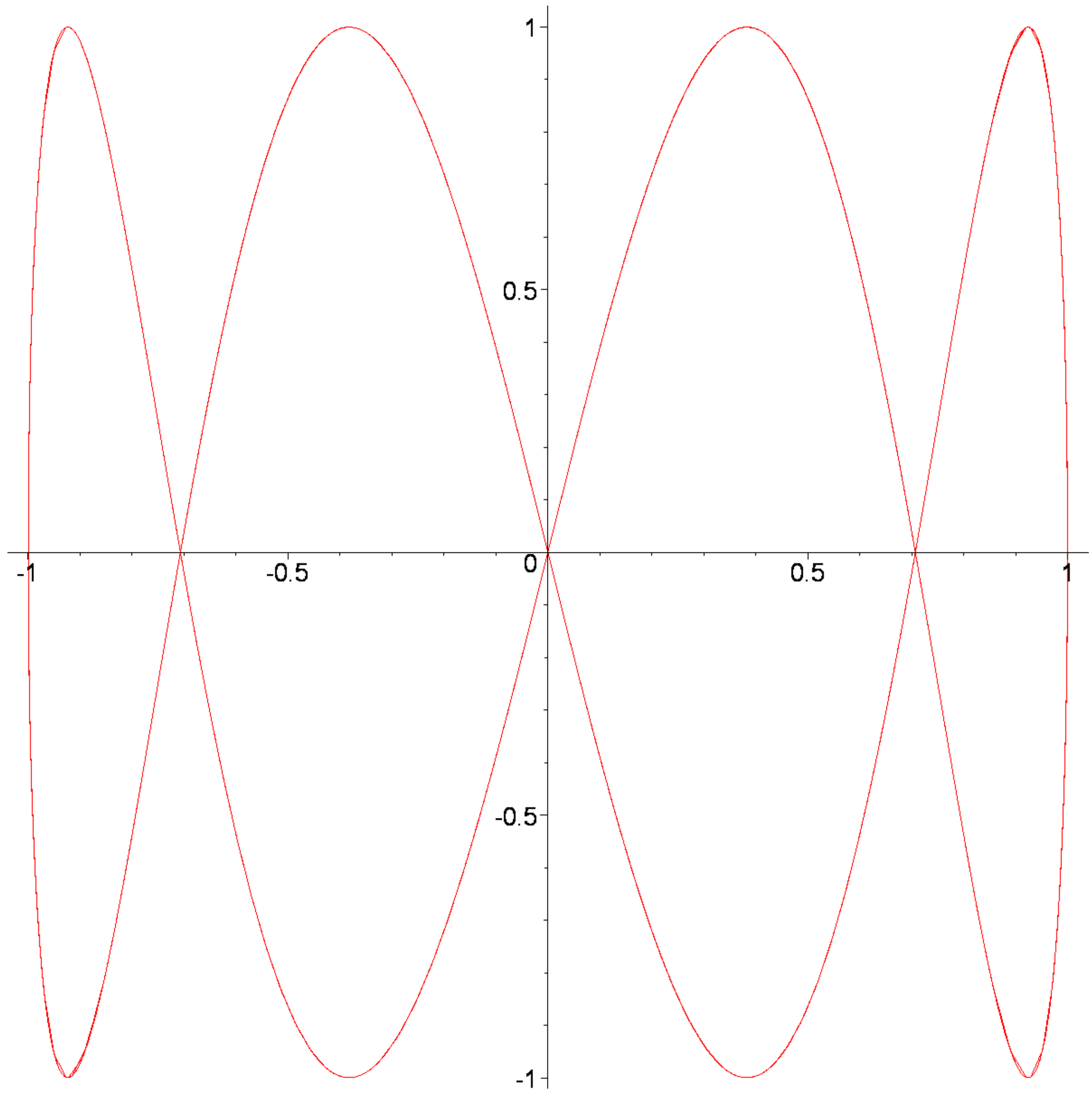

```
> a:=2:b:=Pi/2:plot([sin(t), sin(a*t+b), t=-Pi..Pi]);
```



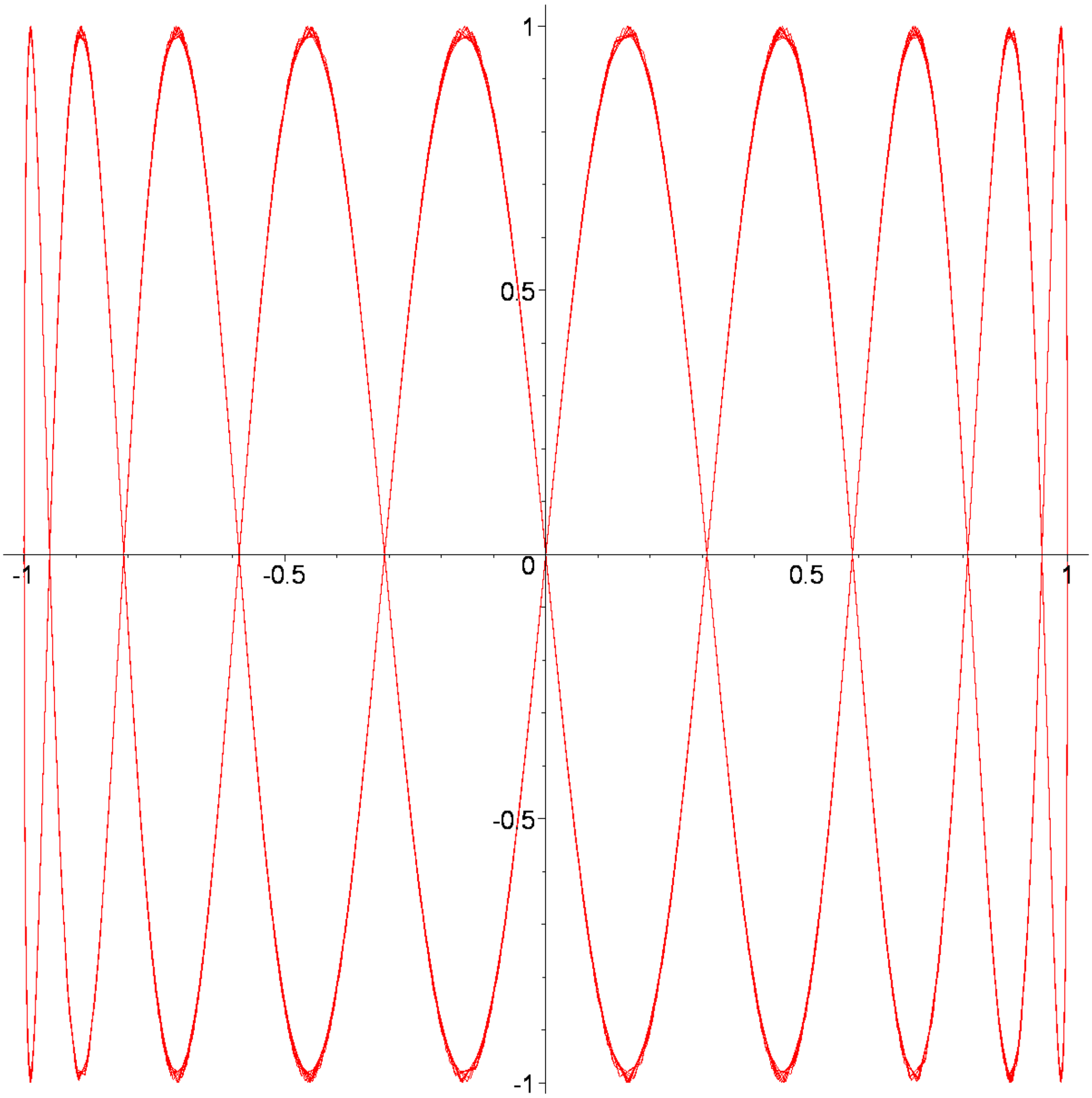

```
> ############################################################
  plot([sin(t), sin(3*t+Pi), t=0..6*Pi]);
```



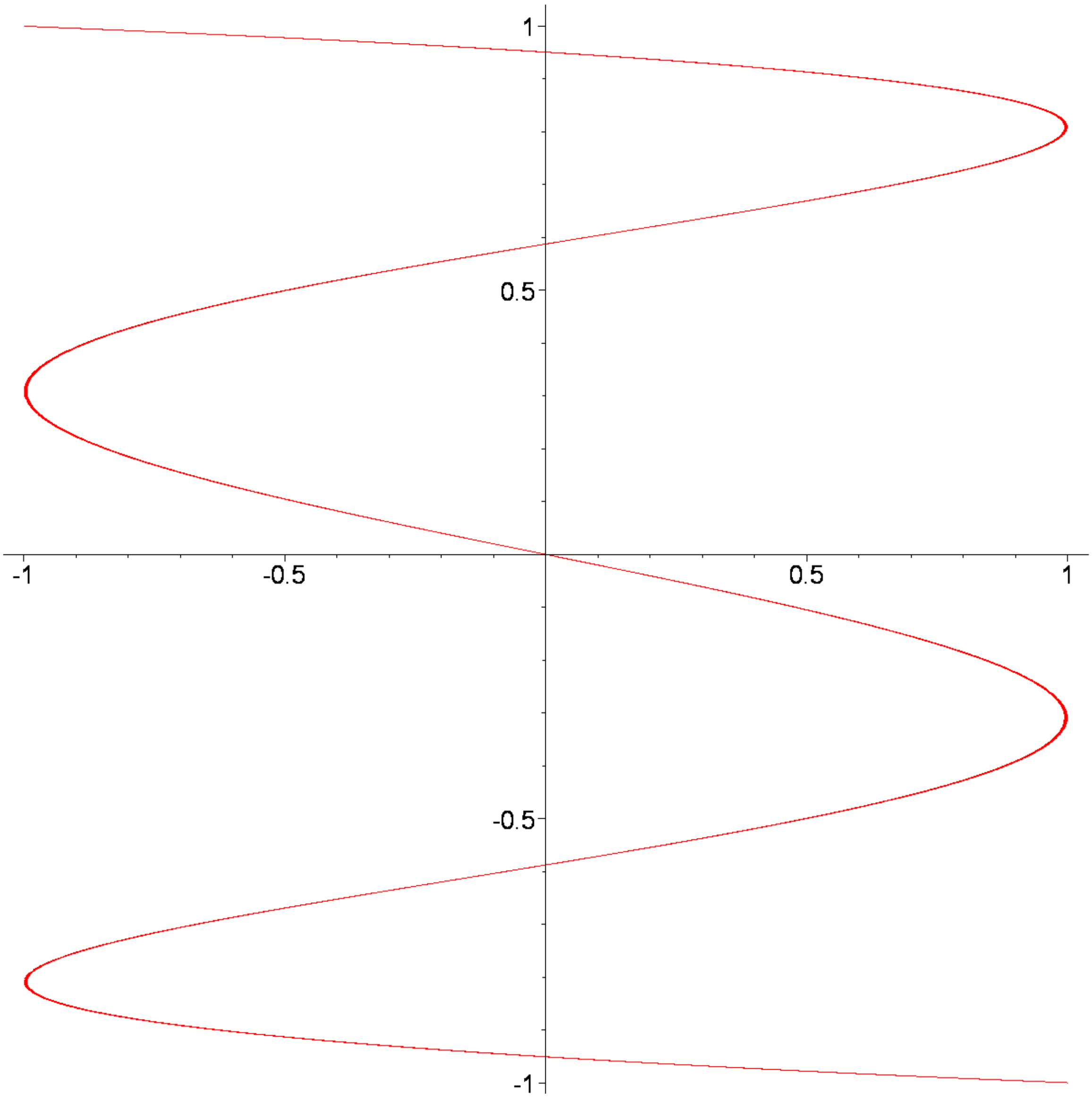

```
> ##########################################################
  plot([sin(t), sin(4*t+Pi), t=0..8*Pi]);
```



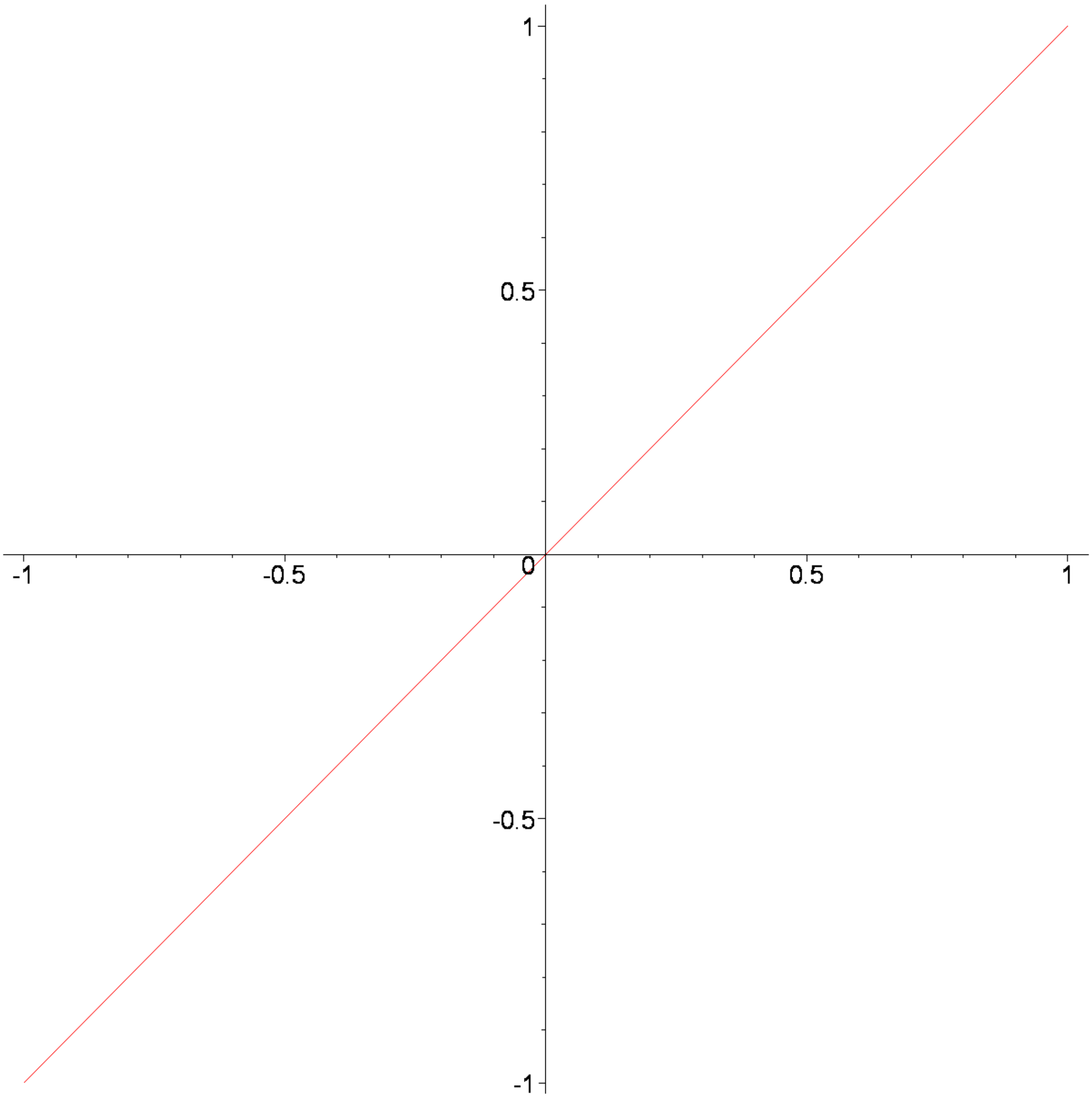

```
> plot([sin(t), sin(10*t+Pi), t=0..20*Pi]);
```



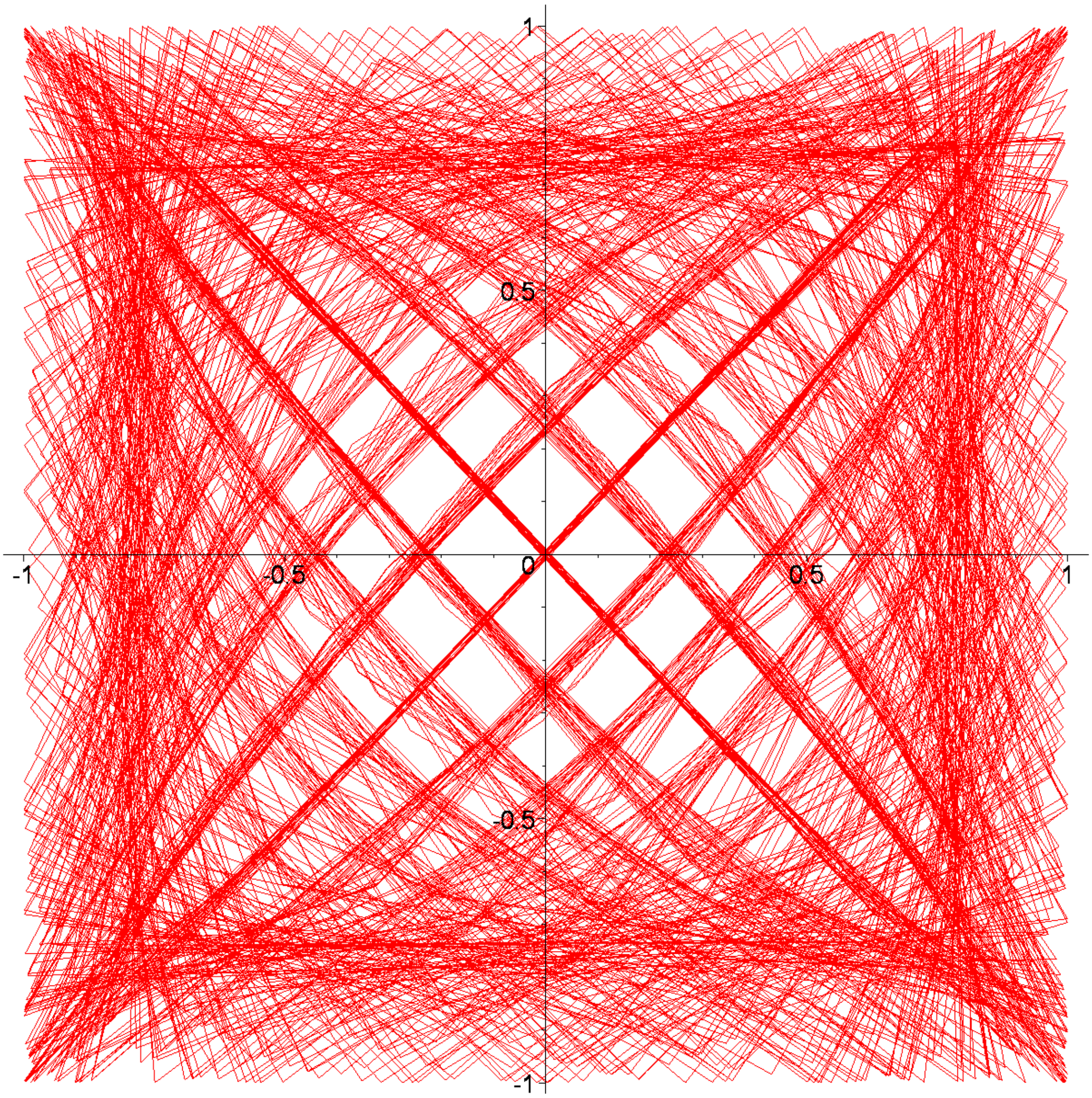

```
> plot([sin(t), sin(.2*t+Pi), t=0..100*Pi]);
```



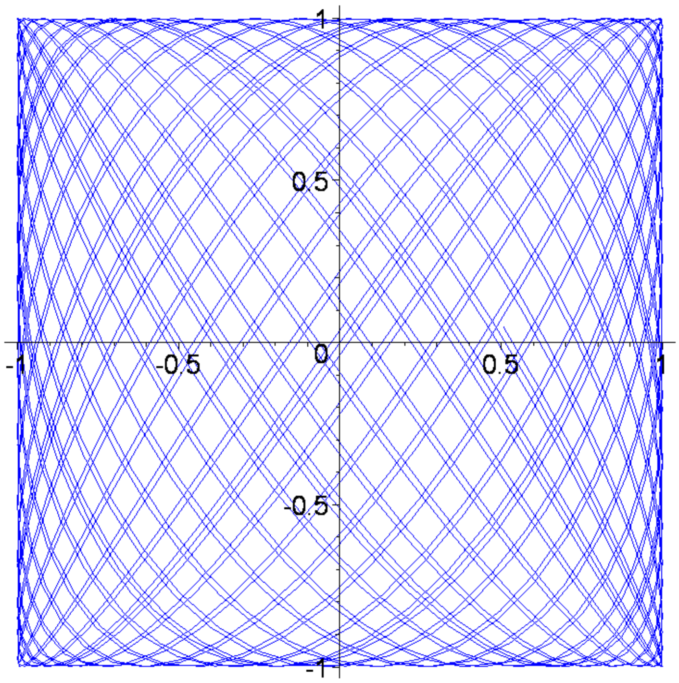

```
> plot([sin(t), sin(t), t=-Pi..Pi]);
```




```
> plot([sin(t), sin(1.1*t), t=-1000..1000]);
```




```
> plot([sin(t), sin(sqrt(2)*t), t=-100..100], color=blue);
```



>