Université Grenoble Alpes.
Auteur:Frédéric Faure

Expérimentation numérique

November 10, 2017

(Dernière modification: 20 octobre 2017).

- Remarque: les "vidéos" ci-dessous sont des gifs animés. Si vous utilisez le navigateur Firefox, on conseille d'installer le plugin "Toggle animated GIFs" et d'utiliser les touches:
  - "Shift+M": pour **recommencer la vidéo**
  - "Ctrl+M": pour **stopper/continuer la vidéo.**

Objectif de cet enseignement:

Apprendre l'**expérimentation numérique** pour divers problèmes de science (physique, ..), et connaitre les différentes méthodes et algorithmes standards.

Déroulement de l'enseignement:

Dans une première partie, grâce à un **didacticiel**, chaque étudiant **s'initie à un langage de programmation** bien adapté au calcul scientifique. On propose python ou le C++ (plus rapide). On a choisit ces deux langages, car de nombreuses bibliothèques scientifiques sont disponibles. (pour python il y a scipy, matplotlib,..., pour C++ il y a gsl, root, armadillo...).

Dans une deuxième partie, en travaillant par binomes (ou seuls), les étudiants choisissent un projet d'expérimentation numérique qu'ils développent. Une liste de projets possibles est donnée ci-dessous. On peut distinguer trois parties dans ce travail:

1. **Phase de modélisation:** partant du problème posé, il faut réfléchir à la façon de modéliser le problème, c'est à dire le mettre en équation, quel algorithme mettre en oeuvre, définir les objectifs que l'on peut obtenir de façon réaliste,...
   Très souvent on connait les résultats au problème posé pour des cas particuliers. Il faut bien étudier au préalable ces cas particuliers, car ils permettront de tester le programme.

2. **Phase de programmation:** on écrit le programme dans le langage choisit. (On teste le programme au fur et à mesure en utilisant les cas particuliers)
3. **Phase d'exploitation:** on étudie et discute les résultats de la simulation. On rédige un "document scientifique" (en utilisant Lyx).

Outre la programmation, il pourra être utile de faire du **calcul formel** au cours du projet. Pour cela on suggère l'utilisation du logiciel libre xcas.

- A la dernière séance, chaque étudiant (ou binome) présente son projet sur vidéo projecteur, pendant 15 à 20 mn, à l'ensemble de la classe. Cette présentation devra être préparée avec Lyx (qui permet de créer des documents scientifiques) et exportée en html (avec LyxHtml) ou en pdf.
- Une documentation supplémentaire est disponible pour beaucoup de projets ci-dessous. Pour plus d'informations, contacter l'enseignant: noneFrédéric Faure. Le signe (*) signifie que il y a énoncé précis. On indique aussi la difficulté du projet: 1,2,3,4,5.

Contents

1 Mécanique et systèmes dynamiques **4**

1.1 (*4)Billard dispersif de Sinaï (1970) 4
1.2 (*3)Dynamique spatio-temporelle 4
1.3 (*2 puis 3) Formation de nuages sur une montagne par condensation de l'humidité 4
1.4 Théorie Astronomique du climat 5
1.5 (*5) Chaos Quantique 5
1.6 (*4) Relativité générale: 6
1.7 (*3) Simulateur de Vol d'un planeur 6
1.8 Simulateur de Vol d'une montgolfiere 6
1.9 (*2) Pendule chaotique 6
1.10 Dynamique du pendule pulsé 7
1.11 Boule du jeu Billard 7
1.12 Etude dynamique d'un billard parfait 7
1.13 Modèle des anneaux de Saturne 7
1.14 Optique géométrique 7
1.15 Oscillation de deux masses couplées 7
1.16 Jeu de la vie, automates cellulaires 7
1.17 Circulation automobile et embouteillages 8
1.18 Bouteille magnétique 8
1.19 Dynamique de N corps 8
1.20 Astronomie 8

2 Problèmes d'ondes **8**
2.1 (*3) Son: réalisation d'un accordeur pour intrument musical . . . 8
2.2 (*3) Son: détection d'une note musicale 8
2.3 Son: détection d'une polyphonie 9
2.4 Evolution d'une onde dans une cavité bidimensionelle (Billard). . 9
2.5 (*4) Etats stationnaires et effet tunnel en mécanique quantique . 9
2.6 Solitons dans une chaine d'atomes 9
2.7 Ondes solitaires à la surface de l'eau 9
2.8 Transformée par ondelettes d'un signal sonore 10
2.9 Microscope en ondelettes d'une image (méthode de Daubuchie) . 10
2.10 (*3) Vibration d'une membrane de tambour de forme quelconque 10
2.11 Evolution d'un paquet d'onde en milieu dispersif 10
2.12 Localisation des ondes dans un milieu désordonné 10
2.13 Equation de la chaleur 10
2.14 Détection et reconnaissance d'une vibration 11

3 Physique statistique et thermodynamique **11**
3.1 (*4) Mouvement de particules dans une enceinte 11
3.2 (*3) Mécanismes de l'aimantation et ferromagnétisme 11

4 Jeux avec animation graphique **13**
4.1 (*3) Le labyrinthe 13

5 Jeux avec algorithme **13**
5.1 Variante de Ines du Ti-Tac-Toe 13
5.2 (*3) La puissance 4 14
5.3 (*3) Le jeu oblique 14
5.4 (*4) Le jeu de Go 15
5.5 (*3) L'écureuil dans sa cage 15

6 Idées en vrac **17**

1 Mécanique et systèmes dynamiques

1.1 (*4)Billard dispersif de Sinaï (1970)

1.2 (*3)Dynamique spatio-temporelle

1.3 (*2 puis 3) Formation de nuages sur une montagne par condensation de l'humidité

Ecoulement d'une atmosphère humide sur un massif montagneux, et formation de nuages par condensation de l'humidité. Enoncé

4_home_faure_enseignement_informatique_projets_simulation_meteo_nuages.png

,

1.4 Théorie Astronomique du climat

A partir de données issues de carottes de glace de l'antartique, on reconstruit la teneur en CO2 de l'atmosphère sur les 400000 ans précédents, ainsi que la température moyenne de la Terre. A l'aide d'un programme, en fait une décomposition en fréquences de ces données, afin d'identifier des cycles dominants, leur amplitude et période. Par ailleurs des calculs astronomiques nous donnent les paramètres de l'orbite terrestre sur cette même durée. On déduira l'ensoleillement moyen de la Terre, et on essayera de reconnaitre les même cycles.

Informations: article vulgarisé
Thèse de B. Levrard
Dossier assez complet

1.5 (*5) Chaos Quantique

(Avec le modèle du Harper Pulsé, décrit ici).
La mécanique quantique stipule que les propriétés spatiales d'un objet sont décrites par une onde, appelées onde quantique. L'équation de Schrödinger gouverne l'évolution des cette onde au cours du temps.

Il y a des cas où cette onde peut être concentrée spatialement, et former un paquet d'onde. On observe alors que ce paquet d'onde se déplace au cours du temps et reste localisé pendant un certain temps. Ce paquet d'onde peut avoir une taille microscopique, et à grande échelle, il apparait comme un point, une particule. Il est donc de considérer ce paquet d'onde comme une particule dite "classique", qui correspond au centre du paquet d'onde. Le mouvement de cette particule classique est décrite par une équation de mouvement classique de type Newton (m a=F) ou Hamilton (voir ci-dessous). C'est ainsi que l'on a une correspondance entre la mécanique quantique et la mécanique classique.

Le but de ce projet est de simuler dans un modèle simple le mouvement de ces paquets d'ondes quantiques, et simultanément d'observer le mouvement de la particule classique, afin de comprendre cette correspondance.

Il apparait que certaines équations de mouvement classiques sont simples en apparence, et déterministe, mais engendre un mouvement très complexe de la particule, imprévisible, dit chaotique. On se pose alors la question de savoir ce que devient le paquet d'onde dans ce cas? C'est le problème du chaos quantique. D'un point de vue plus mathématique, cette situation est paradoxale à priori car l'équation de Schrodinger est linéaire et ne peut donc engendrer du chaos en principe. Le modèle qui suit permettra d'observer cette situation.

La première étape sera d'observer le comportement classique de la particule, et ensuite le comportement quantique.

Enoncé:

- partie 1
- partie 2, manuscrite.

5_home_faure_e	6_home_faure_

1.6 (*4) Relativité générale:

Objectif: étude du mouvement d'une planète ou d'un rayon lumineux autour d'une étoile ou d'un trou noir. Dans le cadre de la relativité générale, l'étoile déforme l'espace temps autour d'elle. Une planète ou un rayon, lumineux ne subit pas directement une force (gravitation) de la part de l'étoile, mais avance "le plus droit possible" dans cet espace courbe. On dit que sa trajectoire est une géodésique. Dans un premier temps: étude des géodésiques sur une surface (2D) courbe; Puis étude de la trajectoire d'une planète. Observation du mouvement elliptique (Newton), mouvement du périhélie, inflexion des rayons lumineux, décalage gravitationel de la lumière vers le rouge, effet du trou noir. Pour les indications physiques, voirle cours de mécanique analytique et surtout l'exercice 2 et sa solution du TD6 de mécanique analytique (L3).

Références de livres: Wald, Nakahara.

1.7 (*3) Simulateur de Vol d'un planeur

Intégration numérique du vol d'un planeur en temps réel dans le plan vertical; On agit sur la position du manche à balet en temps reel. Enonce et solutions. Visualisation du paysage en trois dimensions et solutions.

1.8 Simulateur de Vol d'une montgolfiere

Idem pour une montgolfière. Le pilote agit sur les gaz. Un vent d'est derive l'engin vers des montagnes.

1.9 (*2) Pendule chaotique

Enoncé

1.10 Dynamique du pendule pulsé

L'objet suivant (les 3 disques bleus) tourne librement autour de son axe. Mais un aimant extérieur (rouge) lui impose une force périodique. Il en résulte un comportement chaotique.

On fera des images stroboscopiques des trajectoires, afin d'observer la transition de l'ordre vers le chaos. Observation du phénomènes des résonnances, et accrochage de fréquences.

7_home_faure_enseignement_informatique_projets_simulation_pendule_anim.png

1.11 Boule du jeu Billard

étude assez complete du mouvement de la boule dans jeu de billard, soumise au chocs, aux frottements,...

1.12 Etude dynamique d'un billard parfait

On étudie les trajectoires d'une particules dans un billard au bord quelconque, sans frottement et se réfléchissant parfaitement sur les bords. Observation du chaos pour certaines formes du billard.

1.13 Modèle des anneaux de Saturne

Modèle dynamique de poussières tournant autour de Saturne, faisant apparaitre les gaps par effets de résonances.

1.14 Optique géométrique

Comportement d'un rayon lumineux à travers un système optique. Comportement à travers une interface, sur un miroir, aberration d'une lentille. Effets non linéaires et chaos.

1.15 Oscillation de deux masses couplées

Phénomène de battement. Section de Poincaré et chaos.

1.16 Jeu de la vie, automates cellulaires

Sur un réseau carré à deux dimension, des cases peuvent être dans différents états (noir/blanc). L'instant d'après leur état change en fonction de l'état des cases voisines, de façon précise (règles que l'on choisit). On se fixe une population initiale de cases noires, et l'on étudie son évolution. Des phénomènes

complexes et étranges peuvent être observés: croissance, déplacement de la population, décomposation, création de colonies,...

1.17 Circulation automobile et embouteillages

modèlisation du traffic urbain sur une route droite.

1.18 Bouteille magnétique

- Calcul trajectoire particule dans champ magnétique donné - champ uniforme, puis dipôle (incliné ou non)
- Effet "bouteille magnetique" (?), vitesse de dérive - éventuellement, calcul du champ electromagnétique rayonné par les particules.

1.19 Dynamique de N corps

- Approche libre, où le but est de voir les divers problèmes et amener les étudiants a proposer quelques solutions (application à un ensemble d'étoiles)
- Approche contrainte, 2 puis 3eme corps perturbatif, place a proximite des points de Lagrange, résonances.

1.20 Astronomie

- Voyage d'une sonde spatiale à travers le système solaire. Observer le phénomène de "billard planétaire"
- Mouvement du soleil et des planètes dans le ciel, éphémérides.
- (*) Mouvement relatif de la Terre et du Soleil puis Construction d'un cadran solaire.
- Couplages entre les effets de marée et rotation d'une planète.
- Prévision des éclipses de Lune et de Soleil.

2 Problèmes d'ondes

2.1 (*3) Son: réalisation d'un accordeur pour intrument musical

2.2 (*3) Son: détection d'une note musicale

- détection d'une note musicale
- détection du rythme
- écriture automatique de la partition avec le logiciel lilypond.

2.3 Son: détection d'une polyphonie

C'est à dire détecter la présence de plusieurs notes simultanées et identifier leur timbre.

2.4 Evolution d'une onde dans une cavité bidimensionelle (Billard).

Pour cela on calcule d'abord les modes propres de la cavité grace à la méthode de superposition d'ondes planes, et de la "décomposition QR "d'une matrice. Ref: "Betcke-Trefethen Reviving the method of particular solutions 2005". Ensuite, par surperposition d'ondes stationnaires on construit un paquet d'onde que l'on fait évoluer dans la cavité. On pourra comparer l'évolution du paquet d'onde à la dynamique d'un rayon dans la même cavité.

2.5 (*4) Etats stationnaires et effet tunnel en mécanique quantique

Etude d'un potentiel confinant (polynomial). Résolution de l'équation stationnaire dans la base de l'oscillateur

Harmonique.

Calcul et dessin des etats stationnaires. Evolution d'un paquet d'onde atomique dans une molécule; comparaison

avec la trajectoire classique; étalement du paquet, effet tunnel...

Enoncé.

2.6 Solitons dans une chaine d'atomes

Que se passe t-il dans un système où les atomes (sur une ligne)

interagissent avec leur voisins avec des forces non harmoniques?

Force harmonique=-k.r

Force non harmonique=a*(exp(-b.r)-1)

où r est le déplacement de la position d'équilibre de la

distance entre l'atome et son voisin. On représentera la propagation

d'une déformation. Dans le cas non harmonique apparaissent des ondes

d'un caractère spécial qui se déplacent sans dispersion: des

solitons. Mots clefs: solitons, solitons de Toda, (theory of

non-linear lattices springer Verlag, 1989).

2.7 Ondes solitaires à la surface de l'eau

Modele de KdV . Resolution par Runge-Kutta.

2.8 Transformée par ondelettes d'un signal sonore

Representation du signal dans le plan temps-frequence, avec les ondelettes de Morlet.

Applications à la musique: reconnaissance des notes, du timbre d'instruments, d'accords...

2.9 Microscope en ondelettes d'une image (méthode de Daubuchie)

on veut représenter une

image en s'affranchissant plus ou moins des détails de celle-ci. On peut arriver à quantifier le plus ou moins grâce à une double transformée rapide en ondelettes. Applications à la compression d'images.

2.10 (*3) Vibration d'une membrane de tambour de forme quelconque

Calcul des fréquences et modes propres; Son du tambour: réponse à une excitation. **Enoncé.** Solutions.

Référence: handbook of acoustic.

2.11 Evolution d'un paquet d'onde en milieu dispersif

On résoud l'équation dépendant du temps par différences

finies.

On observe le déplacement du paquet d'onde son étalement (dispersion),

et les phénomènes de réflexion et transmission sur une barrière de potentiel.

2.12 Localisation des ondes dans un milieu désordonné

- On prend par l'exemple d'ondes quantiques d'électrons dans un milieu désordonné (métal contenant des impuretés) se traduisant par un potentiel V(x) aléatoire. On étudie la forme des ondes stationnaires, et la propagation des paquets d'ondes. On observe le résultatremarquable (et curieux) qu'à une dimension ces ondes sont toujours localisées dans une région de l'espace : **"localisation de Anderson".**

2.13 Equation de la chaleur

- jouer avec conditions initiales et aux limites, permettant d'introduire d'autres termes dans l'équation (écoulement)

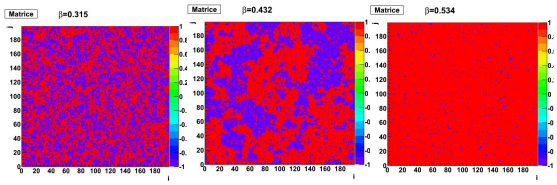


Figure 1: Resultat de l'algorithme de Monte-Carlo pour le modèle d'aimantation de Ising, aux températures $\beta = 1/(k_b T) = 0.3$ (désordre), 0.4 (transition de phase) et 0.5 (ordre magnétique).

2.14 Détection et reconnaissance d'une vibration

Supposons un micro posé sur la table. On tape légèrement avec le doigt à un endroit A de la table. Cela crée une vibration sonore dans la table qui est détectée par le micro. L'ordinateur enregistre ce signal noté s_A. Si on tape à un autre endroit B, l'ordinateur enregistre un autre signal s_B. Dans la suite si on tape en A ou B l'ordinateur enregistre un signal s et en faisant un produit scalaire $\langle s_A, s\rangle$ et $\langle s_B, s\rangle$ l'ordinateur pourra savoir quel pooint on a touché.

A partir de cette idée, on peut faire imaginer des lettres A,B,C.. sur la table à des endroits précis, dans un premier temps l'ordinateur enregistre le signal obtenu si on tape sur chacun de ces endroits (dans l'ordre) et dans un deuxième temps, on tape un texte avec ces lettres imaginaire et le programme reconnait les signal donc les lettres et écrit le texte sur l'écran.

Etapes du projet

1. Partir de l'exemple donné sur l'utilisation du micro. Observer qu'il affiche un signal bruité en permanence et que si on tape sur la table, ce signal devient plus intense. Modifier le programme pour qu'il extrait un signal sur une durée T si le signal observé dépasse un certain seuil.

3 Physique statistique et thermodynamique

3.1 (*4) Mouvement de particules dans une enceinte

Simulation du mouvement et des chocs de particules dans une enceinte;

Cela permet l'observation de propriétés statistiques: apparition du désordre, (entropie, loi de Bolztmann), équilibre thermodynamique, loi des gaz parfait PV=nRT, transformation adiabatiques,...

Enoncé.

3.2 (*3) Mécanismes de l'aimantation et ferromagnétisme

(Voir Cours de M1: système dynamiques, chapitre sur les dynamiques de Markov).

On considère un réseau $N \times N$ périodique dont les sites sont notés $X = (x, y)$ et dont les variables sont $f_X = \pm 1$ et modélisent des spins (up/down). Si deux sites sont voisins on note $X \sim Y$. Une configuration des spins est un champ donné: $f = (f_X)_X$. Son énergie ferromagnétique est:

$$E(f) := \sum_X \sum_{Y, X \sim Y} (-f_X . f_Y)$$

1. Combien y a t-il de sites? Quelles configurations donnent l'énergie minimale? et maximale?

2. L'algorithme d'évolution suivant est appelé **algorithme de montecarlo**. $\beta \geq 0$ est un paramètre fixé qui est l'inverse de la température: $\beta = 1/(k_b T)$.

   (a) A l'instant $n = 0$, on part d'une configuration f choisie au hasard.

   (b) On choisit un site X au hasard, et on note f' la configuration identique à f sauf au site X où le spin est opposé: $f'_X = -f_X$ (spin opposé).

   (c) A l'instant $n + 1$,

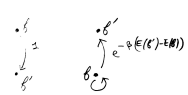
      i. Si $E(f') < E(f)$ on choisit la configuration f'.

      ii. Si $E(f') \geq E(f)$ on choisit la configuration f' avec la probabilité $P_{f \to f'} = \exp(-\beta . (E(f') - E(f)))$ (et on reste donc avec f avec la probabilité complémentaire).

   (d) On revient en (b) pour poursuivre l'évolution du champ de spins.

   Cet algorithme correspond à une matrice stochastique réversible pour la mesure de Boltzmann:

$$u(f) = \frac{1}{Z} \exp(-\beta E(f))$$



3. Ecrire un programme qui fait évoluer et représente la configuration du champ de spins f_X.

4. L'aimantation de la configuration f est $M(f) := \sum_X f_X$. Représenter l'aimantation au cours du temps. Quand l'équilibre statistique est atteind, calculer la moyenne $\langle M \rangle$ et la variance $V = \left\langle (M - \langle M \rangle)^2 \right\rangle$. Représenter $\langle M \rangle (\beta)$ et $V(\beta)$ en fonction de β.

Enoncé.

4 Jeux avec animation graphique

4.1 (*3) Le labyrinthe

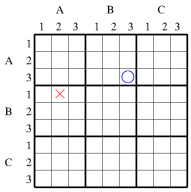
- Il faut tout d'abord construire un labyrinthe à 2D au hasard, dans un grand carré NxN, ayant la propriété que pour tout point A,B du labyrinthe, il y a un unique chemin les connectant (structure en arbre).
- Une fois le labyrinthe construit, on peut en faire un jeu: on déplace un personnage, il doit trouver la sortie, et échapper aux montres qui le poursuivent à l'odeur...
- Indications. Article de 1981.

5 Jeux avec algorithme

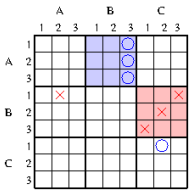
5.1 Variante de Ines du Ti-Tac-Toe

Le terrain de jeu se présente ainsi: il y a 9 "macro-cases" indicées par des lettres A, B, C, et chaque macro-case contient 9 micro-cases indicées par des chiffres $1, 2, 3$. Chaque case est donc caractérisée par son abscisse et ordonnée par exemple $(A2, B1)$ (là où il y a la croix rouge sur la premiere figure).

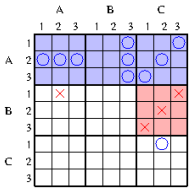
- Le premier joueur rouge pose une croix dans la case de son choix. Ici en $(A2; B1)$. Le code $(2, 1)$ de la micro case signifie que le deuxième joueur bleu doit jouer dans la macro-case correspondante qui est (B, A). Il est libre de choisir la micro-case. Le joueur bleu joue en $(B3, A3)$ un rond bleu. Cela oblige le joueur rouge à jouer dans la macro-case (C, C). Etc.



- Une macro-case est gagnée lorsque il y a troix croix (ou cercles) alignés. Par exemple dans cet exemple 2 la macro-case (B, A) est gagnée par les bleus et (C, B) est gagnée par les rouges. Si une macro-case est gagnée par exemple (B, A), plus personne n'a le droit d'y jouer. On peut la colorier avec la couleur du gagnant.



- Le but du jeu est d'obtenir trois macro-cases alignées. Par exemple ici les bleus ont gagné:



5.2 (*3) La puissance 4

- Le jeu (bien connu) occupe deux joueurs (jaune et rouge). Il y a un tableau vertical de 10 cases par 10 cases. Chacun pose à son tour un pion (jaune ou rouge) dans une colonne. Le pion va s'empiler dans la colonne sur les pions déjà présents. Le gagnant est le premier qui a formé une ligne de 4 pions consécutifs de sa couleur. Cette ligne peut être horizontale, verticale ou diagonale.

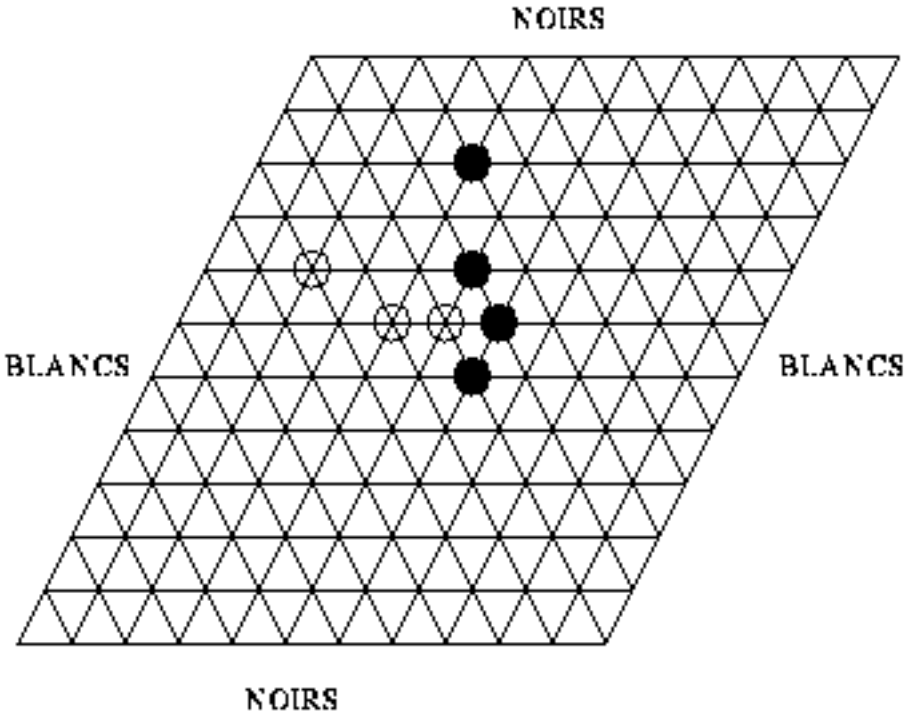
- Dans un premier temps, le programme devra permettre à deux joueurs de jouer à l'écran (le programme arbitre). Dans un deuxième temps, on developpera une stratégie qui permette à l'ordinateur de jouer le mieux possible. (remarque: le plus simple est que l'ordinateur joue dans une colonne au hasard. Mais on peut faire mieux...)

- On peut ensuite faire un concours entre différents programmes...

5.3 (*3) Le jeu oblique

- Voici le terrain de jeu: c'est un réseau de 11 lignes et 11 colonnes penché vers la droite de 30 degrés. On rajoute ensuite des lignes en diagonales (pente à -60 degrés) de façon à ce que chaque intersection ait 6 voisins. Il y a deux joueurs (blanc-noir). Chaque joueur pose à tour de rôle un pion (blanc ou noir selon sa couleur) sur une intersection de son choix. Le but du joueur blanc est de connecter le côté supérieur et le côté inférieur par une ligne de pions blancs voisins deux à deux. Le but du joueur noir est de relier les côtés gauche et droit. Clairement, il ne peut y avoir qu'un seul gagnant. La règle est très simple, mais il y a des astuces pour bien jouer...

- Le programme devra tout d'abord arbitrer, et détecter le premier gagnant. Dans un deuxième temps, on écrira un code qui permette au programme de jouer.

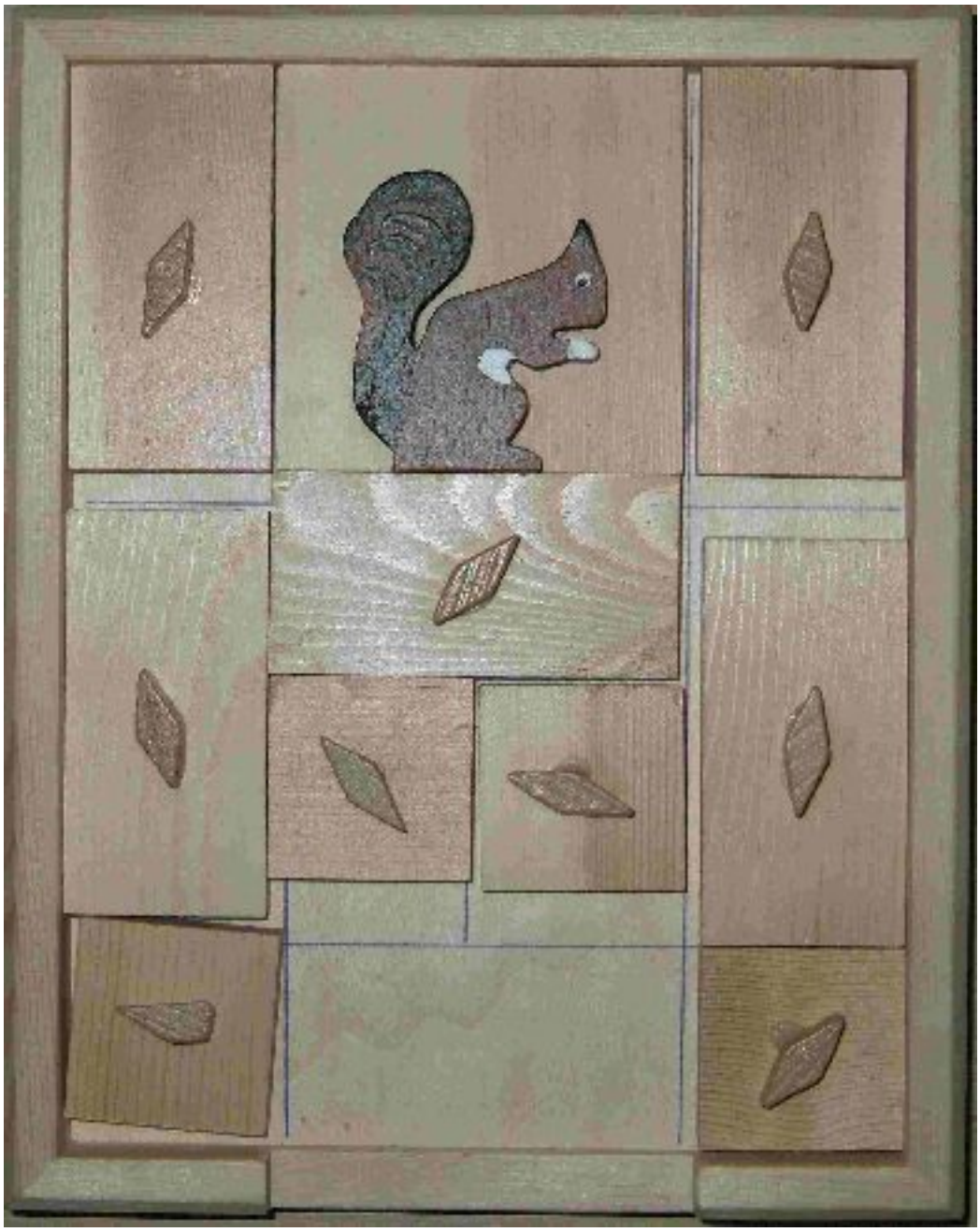


5.4 (*4) Le jeu de Go

- Pour découvrir le jeu, voir jeudego.org.
- Indications de programmation: `go_enonce.html`

5.5 (*3) L'écureuil dans sa cage

- C'est un jeu en bois: des pièces peuvent se déplacer dans un cadre. Parmi elles, un ecureuil. Il y a une sortie en bas du cadre. On doit déplacer les pièces (par translations), pour faire sortir l'écureuil de sa cage. Voici une photographie des pièces au départ du jeu:



- Voici une solution (page1, page2) en 95 coups (ainsi que l'adresse de l'artisan qui construit ce bel objet).

Le but du projet est dans une première étape de faire un programme qui représente le jeu, et permette de jouer (de déplacer les pièces). Dans une

deuxième étape, que l'ordinateur trouve lui même la solution. (Aide: il faut créer un graphe: les sommets sont les configurations, et les arêtes sont les déplacements possibles entre deux configurations). Vérifier si la solution proposée est optimale. Un tel programme permettra ensuite de créer d'autres jeux similaires.

Voici la solution ainsi trouvée par l'ordinateur, en 116 mouvements élémentaires.

Voici un énoncé précis pour faire ce projet.

6 Idées en vrac

- Stabilité de l'axe de rotation terrestre (modèle de Lascar)
- Percolation, et groupe de renormalisation
- Dessin de fractales
- Ondes lumineuses dans un guide à indice variable
- Musique: son émit par une corde pincée.
- Evolution thermodynamique d'une étoile.
- Rayonnement synchrotron par résolution des équations de Maxwell.
- Fluide visqueux, équation de Navier Stokes, turbulence.
- Ecoulement visqueux d'un glacier.
- Remontée des grosses pierres dans un tas de sable
- Evolution de 3 corps en attraction gravitationnelle, puis N corps (amas d'étoiles, évolution vers l'effondrement gravitationnel).
- flux de molécules à travers l'ouverture d'un récipient.
- Effet de Serre: (effet d'Albedo,..)
- Perturbation de la position d'un satellite (developpt multipolaire du chaps de la Lune et Soleil)
- Coef de pénétration d'un profil (aile) dans un fluide parfait: résoudre Df = 0 , et calculer la force appliquée.
- Phénomène des marées dans un estuaire.
- Avalanche de neige ou de tas de sable: modèle de Monte-Carlo; avec coef de viscosité, et température. Voir ce site.
- **Algoritmes de recuit**
  - Empilement de sphères

- Le problème du voyageur de commerce avec des contraintes

- **Algoritmes de croissance**
  - Croissance à partir d'un germe et mesure de porosité
  - Croissance par déposition d'atomes et croissance de défauts pyramidaux
  - Croissance d'amats ioniques par minimisation de l'énergie électrostatique

- **Crytographie**
  - On utilise un mot appelé "clef" ex. (EXCEPTIONNEL) pour coder un message ex: "MESSAGE SECRET". Pour cela on convertit la clef en nombres ex: (5,24,3,...)= $(c_1, c_2 \dots c_N)$ et aussi le message: $(m_1, m_2, \dots m_M)$ et on obtient un nouveau message codé en remplaçant m_j par $m'_j = m_j + c_j$ modulo 27. Pour décoder il suffit de faire $m_j = m'_j - c_j$. Ensuite on peut chercher à craquer un message coder de cette façon: il faut trouver la clef et pour cela on utilise les statistiques usuelles des lettres en langue française.
  - Codage plus compliqué qui consiste à "partager une clef": on considère un nombre premier p (grand) et g un générateur du groupe multiplicatif $(Z/pZ)^*$.
    * Deux personnes Alice et Bob connaissent secrètement ces nombres p et g. Alice choisit secrètement un entier a et Bob choisit secrètement un entier b.
    * Alice calcule $c_a := g^a \bmod p$ et l'envoie publiquement à Bob. De même Bob calcule $c_b := g^b \bmod p$ et l'envoie publiquement à Alice.
    * Alice calcule $c_b^a = g^{ab}$ et Bob calcule $c_a^b = g^{ab}$. Ainsi Alice et Bob connaissent tous les deux le même entier g^{ab} appelé "clef" qui peut leur servir ensuite à coder un message.