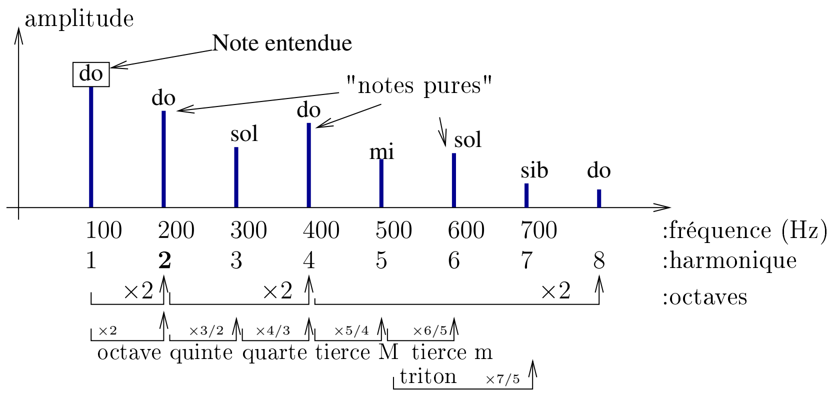
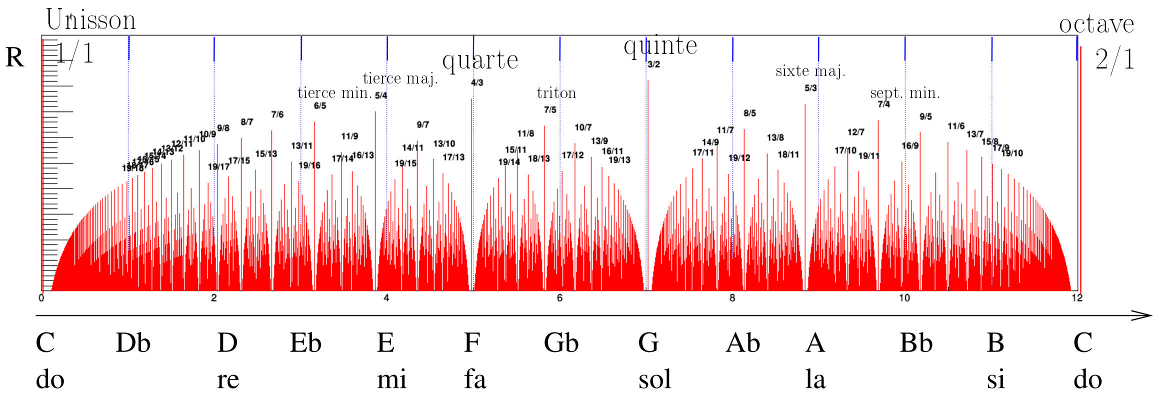
Brèves explications sur le système musical utilisé

Pourquoi certaines notes jouées ensemble sonnent-elles harmonieusement et ont des couleurs si variées ? Quelles sont les fréquences de ces notes qui résonnent ? Y-a-t-il des notes manquantes à la gamme à tempérament égal (utilisée en musique occidentale depuis la fin du XIXème siècle [1, p.197]) ? Ces notes pourraient elles avoir un rôle intéressant dans une création musicale ? Comment jouer avec elles ? Voici comment nous avons abordé ces questions [2].

Le son d'une **voix chantée** ou d'un instrument de musique est un signal périodique et est donc une superposition de **notes pures** appelées **harmoniques,** situées à des fréquences multiples de la note que l'on entend. Toute cette richesse participe au **timbre de la voix** ou de l'instrument.

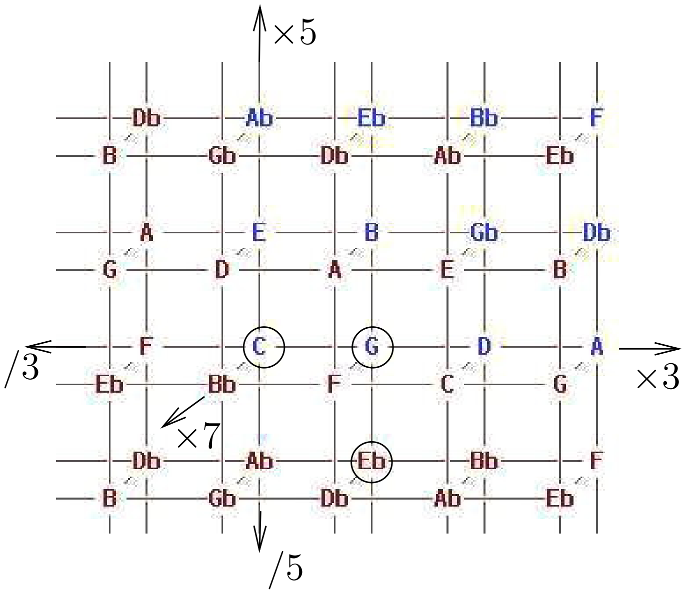


Nous sommes très sensibles à cette structure [3], en particulier aux premiers rapports de fréquences qui apparaissent et sont des piliers de la musique occidentale : $\times 2$: **octave**. $\times 3/2$: **quinte**. $\times 4/3$: **quarte**. $\times 5/4$: **tierce Majeure**. $\times 6/5$: **tierce mineure** $\times 7/5$: **le triton, etc.** On observe ainsi que les intervalles musicaux "résonnants" ou "justes" sont des rapports de fréquences qui sont des **fractions "simples"**. De façon générale, à un rapport de fréquence a/b (fraction rationnelle irréductible) on lui associe sa "résonance" qui est $R = \log(1/(ab))$: plus a, b sont petits, plus la résonance est bonne. Voici les résonances de tous les intervalles compris dans une octave. Ils forment une **fractale** (structure infiniment fine en rouge) :



Le tempérament égal occidental (les douze traits bleus) est bien adapté pour la quinte et la quarte mais pas pour les autres intervalles justes (traits rouges).

Comment jouer avec ces nouvelles notes ? Chaque fraction se décompose sur les **nombres premiers** P : 2 (octave), 3 (quinte), 5 (tierce majeure 1/5), 7 (septième mineure $-1/3$ ton, utilisée dans le blues), 11 (quarte $+1/4$ ton, utilisée en musique arabe), 13, etc. Par exemple la tierce mineure (C-Eb) est $6/5 = 2 \times 3/5$. On représente donc les notes par des points sur un réseau entier multidimensionnel $\mathbb{Z}^P$ engendré par ces nombres (ou intervalles musicaux) premiers, imaginé par Euler (1739) et appelé **Tonnetz.** Un ensemble résonant de plusieurs notes (un accord musical) sera donc comme une molécule compacte dont les atomes sont les notes. La couleur harmonique de l'accord est déterminé par la forme de cette "molécule". Ex : l'accord mineur C-Eb-G est un triangle. On proposera une visualisation en temps réel de la musique sur ce réseau Tonnetz (oubliant la dimension $\times 2$ des octaves).



Nous vous proposons d'explorer ensemble des possibilités qu'offrent ces gammes, leurs relations rationnelles et représentations géométriques pour faire de la musique à travers des compositions et improvisations de Magic Malik (EWI, flûte, chant, senza), Jean Luc Lehr (basse fretless) et Maxime Zampieri (batterie et touchpad). Frédéric et Alex sont aux consoles. Écoutons la musique des nombres premiers ...

Références

[1] DJ Benson. Music : a mathematical offering. *Free pdf version on http ://homepages.abdn.ac.uk/mth192/pages/html/maths-music.html.*

[2] F Faure, M. Mezzadri, and F. Ratchov. Analyse et jeu musical en tempérament juste adaptatif. *preprint*, 2015.

[3] Jan Schnupp, Israel Nelken, and Andrew King. *Auditory neuroscience : Making sense of sound.* MIT Press, 2011.