

Conférence-Spectacle Musique et Mathématiques

Malik Mezzadri, Maxime Zampieri, Alexandre Ratchov, Frédéric Faure.

20 Mars 2014, UJF, pour la cérémonie Honoris Causa.

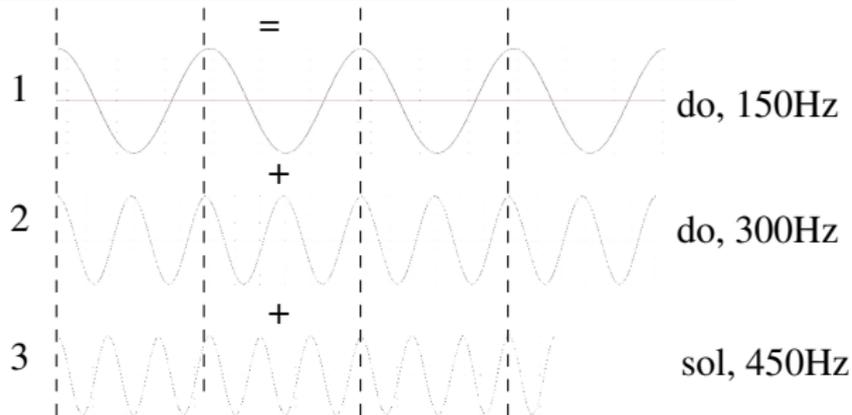
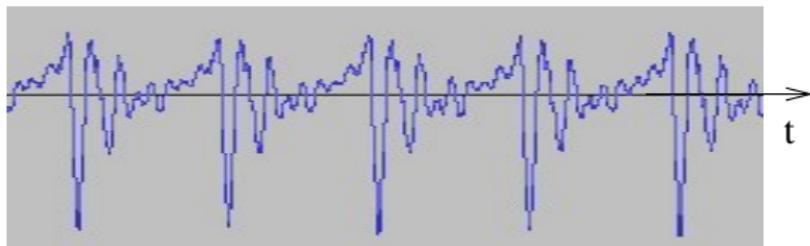
Préambule

- **Merci** aux soutiens : l'**université Joseph Fourier** (Sylvie Reghezza), **Hexagone de Meylan** et **atelier arts et science** (Antoine Conjart, Eliane Sausse) et au **Labex Persyval**.
- Livre de **référence** récent : **Dave Benson**. "*Music: a mathematical offering*" 2008. (version gratuite sur la page web de l'auteur). Voir aussi articles de Wikipedia.

Voix chantée et harmoniques (séries de Fourier 1822)

La **voix chantée** est une superposition de **notes pures** appelées **harmoniques**.

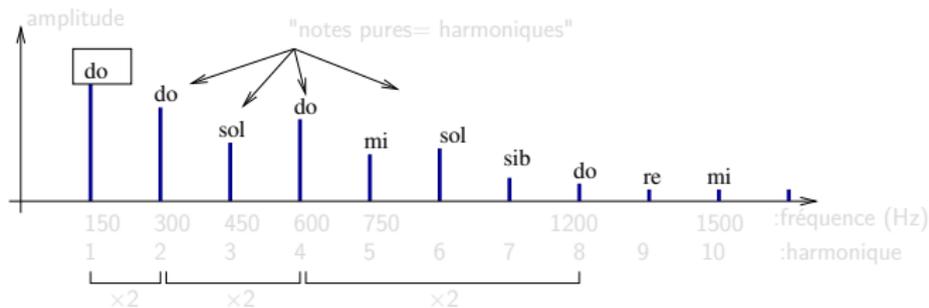
Exemple, son : "AAAA" (150 Hz, do)



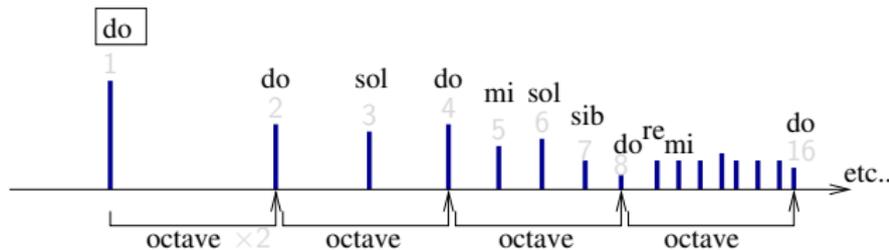
etc...

Voix chantée et harmoniques (séries de Fourier 1822)

La **voix chantée** est une superposition de **notes pures** appelées **harmoniques**. Notre perception est très sensible à ce « **spectre** ».

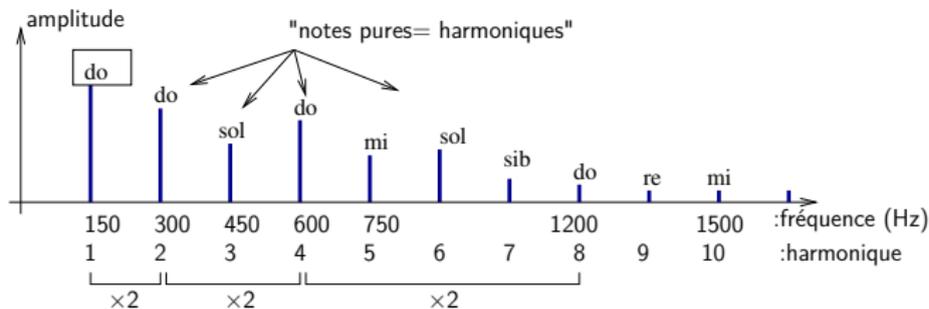


Idem en « échelle log » :

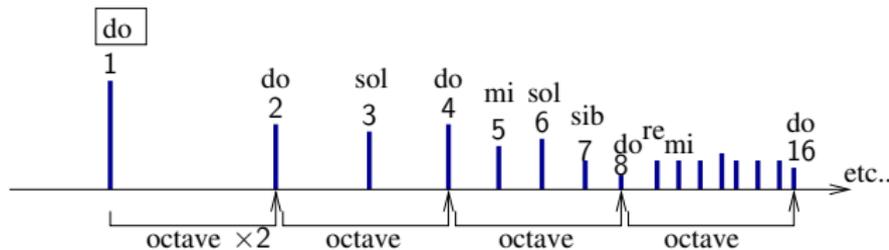


Voix chantée et harmoniques (séries de Fourier 1822)

La **voix chantée** est une superposition de **notes pures** appelées **harmoniques**. Notre perception est très sensible à ce « **spectre** ».

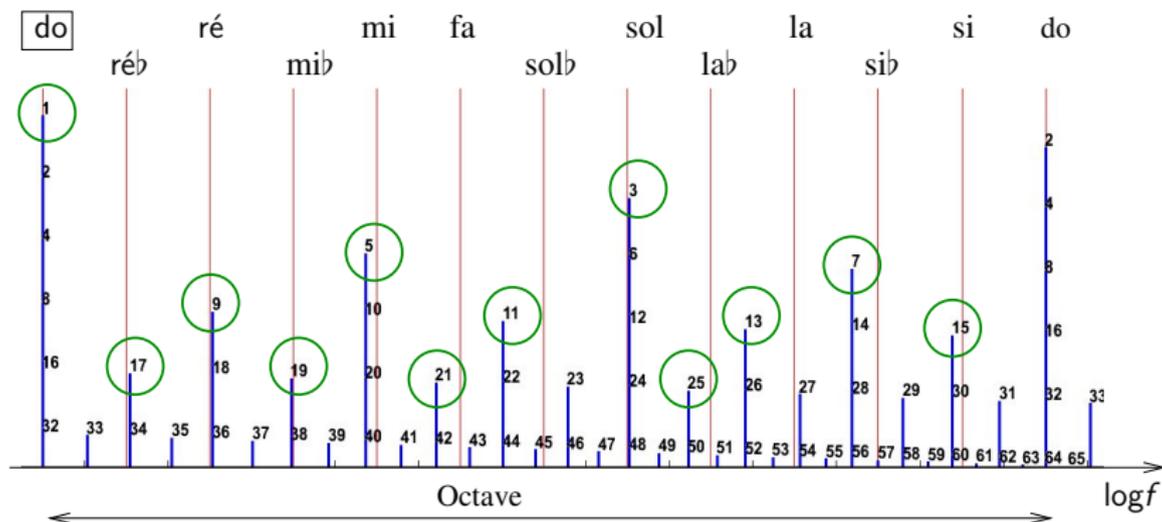


Idem en « échelle log » :



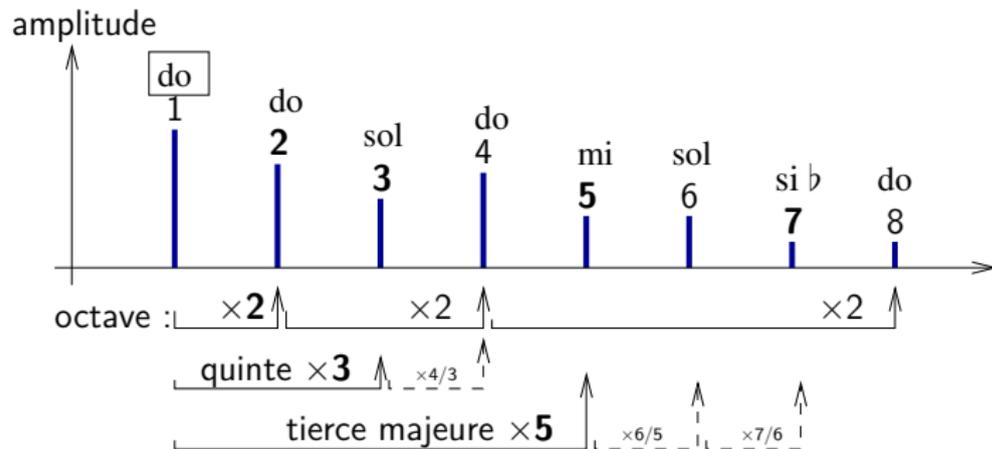
Gamme chromatique des harmoniques ("gamme 1")

Pour jouer avec ce « spectre de notes », on les ramène dans une même octave et on sélectionne les 12 premières et différentes.



Harmoniques et intervalles résonants

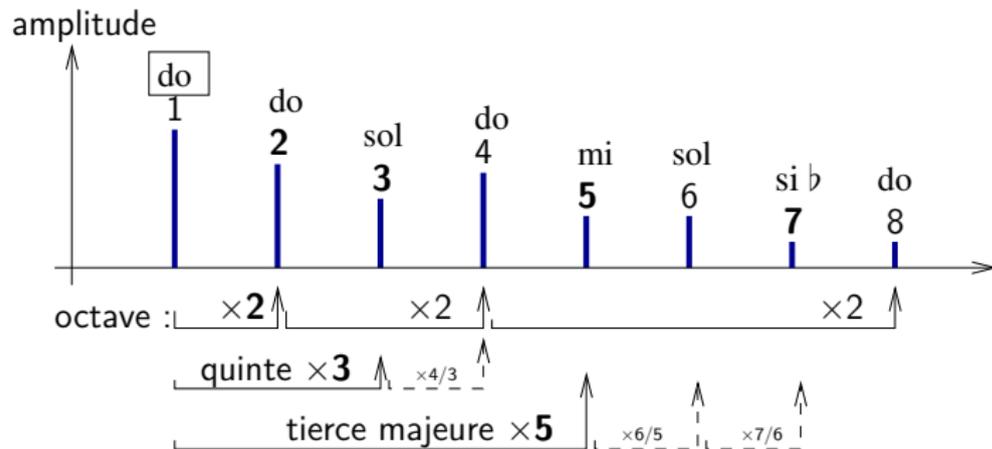
On considère les intervalles modulo $\times 2$ (octave).



- $\frac{4}{3} = (2^2) \times 3^{-1}$: quarte=-quinte
- $\frac{6}{5} = (2) \times 3 \times 5^{-1}$: tierce mineure=tierce majeure.
- Ainsi **intervalle résonant** = fraction = nbre rationnel.
- Il se décompose avec les **nombre premiers** 2,3,5,7,11... (= **intervalles résonants irréductibles**)

Harmoniques et intervalles résonants

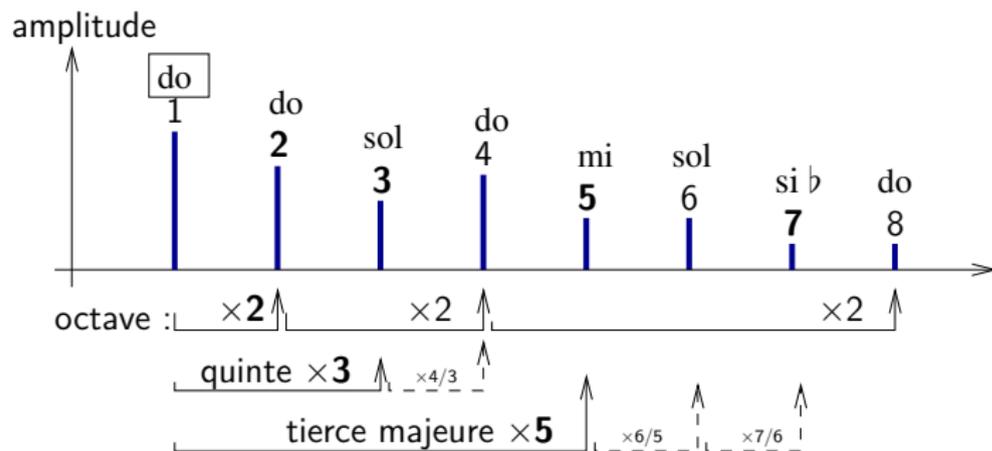
On considère les intervalles modulo $\times 2$ (octave).



- $\frac{4}{3} = (2^2) \times 3^{-1}$: quarte=-quinte
- $\frac{6}{5} = (2) \times 3 \times 5^{-1}$: tierce mineure=tierce majeure.
- Ainsi **intervalle résonant** = fraction = nbre rationnel.
- Il se décompose avec les **nombre premiers** 2,3,5,7,11... (= **intervalles résonants irréductibles**)

Harmoniques et intervalles résonants

On considère les intervalles modulo $\times 2$ (octave).



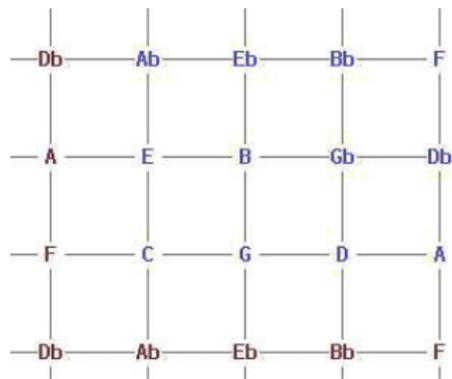
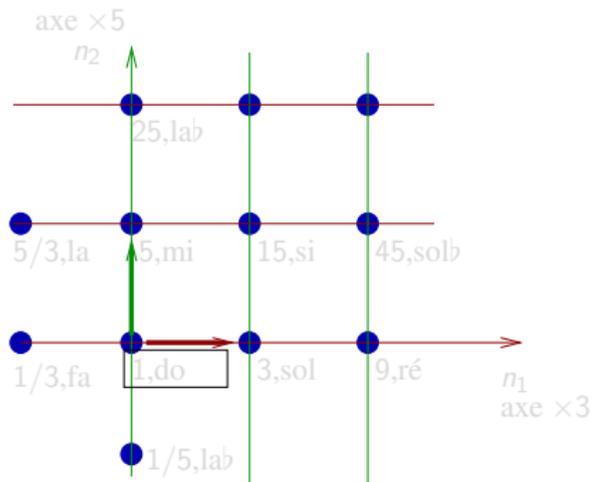
- $\frac{4}{3} = (2^2) \times 3^{-1}$: quarte=-quinte
- $\frac{6}{5} = (2) \times 3 \times 5^{-1}$: tierce mineure=tierce majeure.
- Ainsi **intervalle résonant** = fraction = nbre rationnel.
- Il se décompose avec les **nombre premiers** 2,3,5,7,11... (= **intervalles résonants irréductibles**)

Représentation sur le réseau « Ton-netz » (Euler 1739)

Un nombre rationnel (fraction) s'écrit :

$$f = \left(\underbrace{2^{n_0}}_{\text{octave}} \right) \underbrace{3^{n_1}}_{\text{quinte}} \underbrace{5^{n_2}}_{\text{tierce}} \underbrace{7^{n_3}}_{\text{sept.}} 11^{n_4} 13^{n_5} \dots \quad n_j \in \mathbb{Z}$$

et se représente sur un réseau infini. Ici avec axes 3 et 5 :



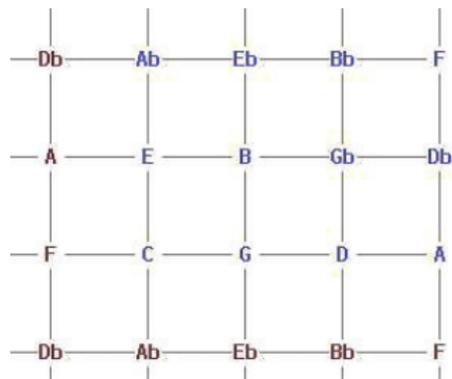
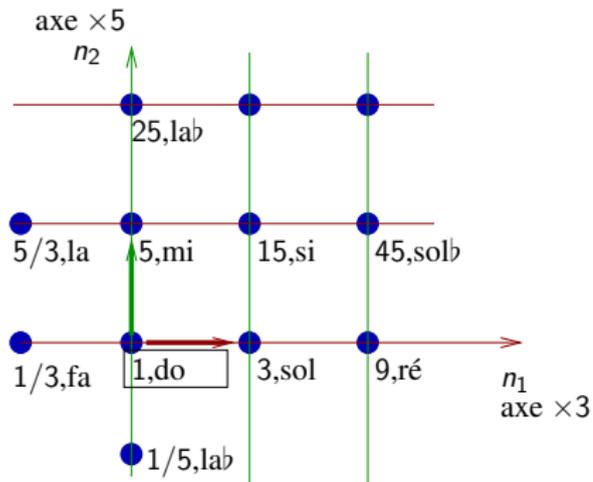
A	B	C	D	E	F	G
la	si	do	ré	mi	fa	sol

Représentation sur le réseau « Ton-netz » (Euler 1739)

Un nombre rationnel (fraction) s'écrit :

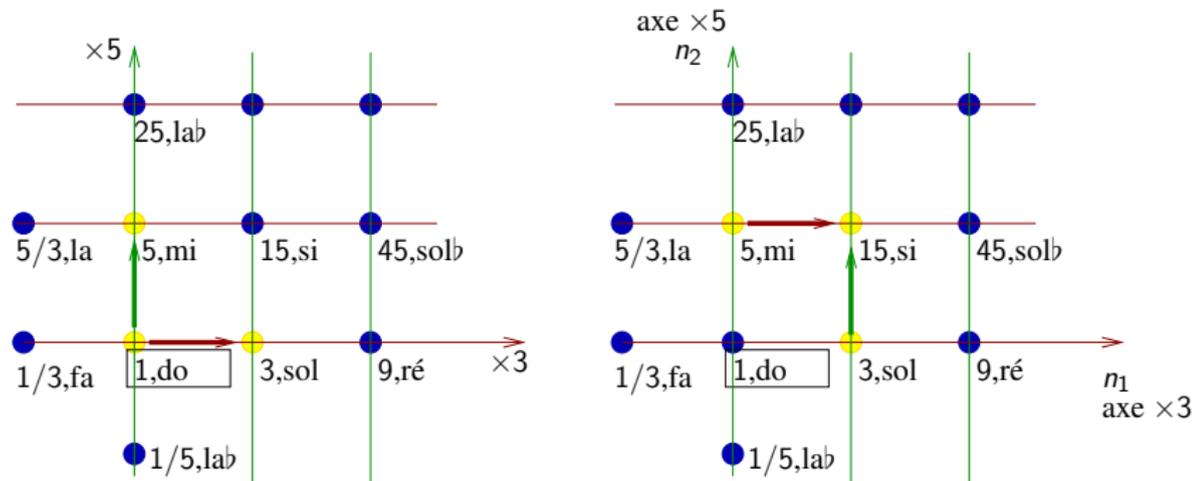
$$f = \left(\underbrace{2^{n_0}}_{\text{octave}} \right) \underbrace{3^{n_1}}_{\text{quinte}} \underbrace{5^{n_2}}_{\text{tierce}} \underbrace{7^{n_3}}_{\text{sept.}} 11^{n_4} 13^{n_5} \dots \quad n_j \in \mathbb{Z}$$

et se représente sur un réseau infini. Ici avec axes 3 et 5 :



A	B	C	D	E	F	G
la	si	do	ré	mi	fa	sol

Accords résonants

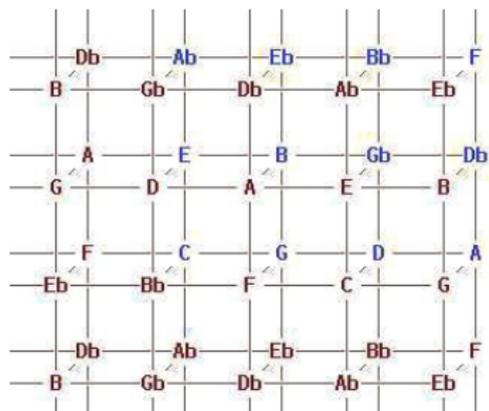
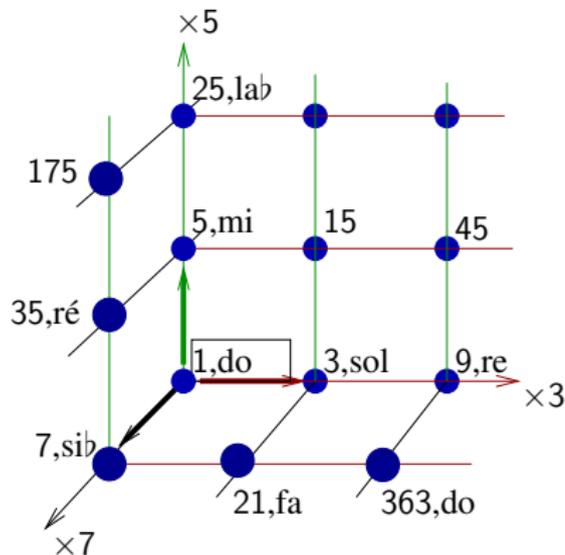


On observe que

- (do,mi,sol) = triade de **do majeur** contient sa fondamentale
- (mi,sol,si) = triade de **mi mineur** ne contient pas sa fondamentale (\rightarrow ressenti différent).

Tonnetz 3D

Représentation de $f = \left(\begin{matrix} 2^{n_0} \\ \text{octave} \end{matrix} \right) \underbrace{3^{n_1}}_{\text{quinte}} \underbrace{5^{n_2}}_{\text{tierce}} \underbrace{7^{n_3}}_{\text{sept.}} \dots$ sur les axes (3,5,7) :



Organisation

Malik



Alexandre



Maxime

signaux midi

Ordinateur
synthétiseur

Son

Images