

Devoir surveillé du 17 novembre.

Documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits..
Durée : 1 heure 15.

Exercice 1.

Expliquer brièvement ce qu'est la réciproque d'une propriété. Si la propriété est vraie, sa réciproque est-elle toujours vraie ? Vous illustrerez votre réponse sur un exemple de votre choix.

Exercice 2.

Soit n un nombre entier. Écrire la contraposée de la propriété suivante :

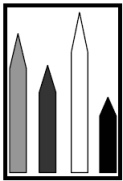
$$\text{si } n \leq 4 \text{ et } n > 2 \text{ alors } n = 3 \text{ ou } n = 4.$$

Exercice 3.

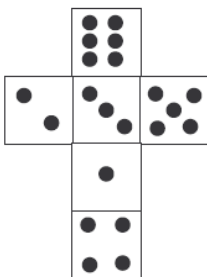
Quatre crayons de couleur sont rangés dans une boîte comme indiqué sur le dessin ci-dessous. On sait que :

- le crayon vert ne côtoie ni le rouge, ni le bleu;
- le crayon jaune est plus court que le crayon bleu.

Donner la couleur de chaque crayon en partant de celui le plus à gauche et en allant vers celui le plus à droite.

**Exercice 4.**

On donne ci-dessous le patron d'un dé à six faces. On remarque que la somme des points sur les faces opposées vaut toujours 7. On lance trois dés. La somme des points obtenus vaut 15. Parmi les phrases suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s) ?



- a) La somme des points des faces cachées vaut 3.
- b) La somme des points des faces cachées vaut 6.
- c) La somme des points des faces cachées peut prendre trois valeurs différentes.
- d) La somme des points des faces cachées peut prendre quatre valeurs différentes.
- e) La somme des points des faces cachées peut être égale à 15.

Justifiez votre réponse.

Exercice 5.

Trois personnes discutent : l'une a des cheveux blonds, l'autre des cheveux bruns et la troisième des cheveux roux. L'une d'elle, Mr. Lebrun, dit : "c'est curieux, aucun d'entre nous a une couleur de cheveux correspondant à son nom". "Tiens, c'est vrai", intervient alors celui qui a les cheveux roux. Ces deux personnes disent la vérité. Quelle est la couleur des cheveux de Mr. Leblond ? Justifiez votre réponse.

Exercice 6.

Sur une île, les habitants se répartissent en deux catégories : les sincères et les menteurs. Les sincères disent toujours la vérité et les menteurs mentent toujours. On considère trois habitants A, B et C de l'île (qui sont donc chacun soit sincères, soit menteurs). Les habitants A et B font les déclarations suivantes :

A: "Nous sommes tous les trois des menteurs"

B: "Un seul d'entre nous est sincère".

Déterminer pour chaque habitant A, B et C s'il est sincère ou menteur. Justifiez votre réponse.

Exercice 7.

Sur une autre île, les sincères et les menteurs changent de rôle le jour et la nuit : les "sincères" disent toujours la vérité le jour et mentent toujours la nuit, tandis que pour les "menteurs", c'est le contraire.

1. Un habitant de l'île appartient à l'une des deux catégories ci-dessus. Il dit en ce moment qu'il appartient à la catégorie des sincères. Pouvez-vous déterminer s'il fait jour ou nuit ? Pouvez-vous déterminer si cet habitant est sincère ou menteur ?
2. Un autre habitant, appartenant toujours à l'une des deux catégories ci-dessus, dit qu'il fait nuit. Pouvez-vous déterminer s'il est sincère ou menteur ? Pouvez-vous déterminer s'il fait jour ou nuit ?

Exercice 8.

Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de 1052 par 15.