

## PARTIEL S4 2011 - MAT248

JEAN BRAUN ET DOMINIQUE SPEHNER

Documents et calculatrice autorisés. Répondre aux 4 questions. Durée de l'examen partiel : 2 heures.

### 1. QUESTION 1

Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0 \\ 8x_1 - x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

### 2. QUESTION 2

Calculer la dérivée première et seconde par rapport à la variable  $x$  des fonctions suivantes

$$f(x) = \sqrt{e^x}$$

$$f(x) = \arctan \sqrt{x}$$

### 3. QUESTION 3

La quantité de chaleur,  $\phi$ , reçue par jour sur la Terre en provenance du soleil varie comme la fonction suivante, où le temps  $t$  est compté en jours à partir du 1er janvier :

$$(1) \quad \phi(t) = \phi_R - \phi_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

où  $\phi_R$  et  $\phi_0$  sont des constantes ayant les mêmes unités que  $\phi$ , en Joules/jours.  $T$  est la longueur de l'année en jours.

- (1) Dériver l'expression nous donnant la quantité de chaleur reçue en 1 an.
- (2) Dériver l'expression nous donnant la quantité de chaleur reçue durant la période de trois mois suivant le premier janvier (janvier, février et mars =  $T/4$ ).
- (3) Trouver le moment de l'année où la quantité de chaleur augmente le plus rapidement, d'abord graphiquement, ensuite en calculant les dérivées de la fonction ci-dessus (Eq. 1).

### 4. QUESTION 4

Mettre l'équation différentielle suivante sous sa forme sans dimension (adimensionnée) en utilisant les conditions aux limites. En déduire la valeur d'un temps caractéristique,  $\tau$ , et d'un nombre sans dimension nous indiquant dans quelles conditions le terme en  $-PF$  est important.  $P$  et  $k$  sont des constantes.  $F_0$  est la valeur de la solution,  $F(x)$ , en  $x = H$ .

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = -PF + k \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$$

$$F(x=0) = 0$$

$$F(x=H) = F_0$$

Pour un petit point supplémentaire, donner les unités de  $k$  et  $P$ .