

EXAMEN PREMIÈRE SESSION - MAI 2011

MAT248

L'équation de conservation de la chaleur dans la croûte supérieure s'écrit de la façon suivante :

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} - v \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H$$

- (1) Simplifiez cette équation en négligeant le terme de production de chaleur et en supposant que le système que vous étudiez à atteint l'équilibre. Donnez cette équation simplifiée.
- (2) Adimensionnez l'équation simplifiée en tenant compte des conditions aux limites suivantes :

$$T(z = 0) = 0 \quad \text{et} \quad T(z = L) = T_L$$

- (3) Montrez que l'expression suivante est solution de cette équation adimensionnée :

$$(1) \quad T'(z') = \left(\frac{1 - e^{-\mathbf{Pe}z'}}{1 - e^{-\mathbf{Pe}}} \right)$$

N'oubliez pas d'indiquer ce que signifient z' , T' et \mathbf{Pe} .

- (4) Un thermochronologue voudrait connaître la valeur à laquelle une certaine température est atteinte ; pour cela il doit inverser l'expression précédente, c'est-à-dire trouver une expression de la profondeur en fonction de la température : $z' = z'(T')$. Donnez-lui cette expression.
- (5) Montrez que l'expression du gradient géothermique (adimensionné), G' , à la surface ($z' = 0$) en fonction de \mathbf{Pe} est donné par :

$$G' = \frac{\mathbf{Pe}}{1 - e^{-\mathbf{Pe}}}$$

- (6) Vers quelle valeur tend ce gradient pour des valeurs de \mathbf{Pe} très grandes ($\mathbf{Pe} \rightarrow \infty$) et très petites ($\mathbf{Pe} \rightarrow 0$).
- (7) Un pétrologue a obtenu la relation suivante donnant la température à laquelle les roches atteignent leur point de fusion partielle :

$$T'(z') = \alpha z' + \beta$$

En supposant que $\mathbf{Pe} = 2$, $\alpha = -3$ et $\beta = 2$, déterminez la profondeur normalisée z' à laquelle les roches atteignent leur point de fusion si le géotherme est donné par l'expression ci-dessus (eq.1). Pour y parvenir, utilisez une méthode graphique et puis une méthode itérative.

- (8) Le tableau suivant donne une série de mesures du flux de chaleur conductif à la surface d'une chaîne de montagnes (en mW/m^2) :

88, 84, 88, 88, 98, 83, 88, 86, 81, 91, 96, 91, 91, 91, 93, 95, 93, 91, 86, 91

- a. Montrez graphiquement que cette distribution est proche d'être normale.
- b. Calculez en la moyenne et l'écart type
- c. Quelle est la probabilité qu'une mesure soit comprise entre 85 et 96 mW/m^2