

Outils mathématiques pour les sciences physiques

UE proposée en S1 : 6 crédits

destinée aux parcours PHC.

Volumes horaires

- Cours Magistral (CM): 20h
- Travaux Dirigés (TD): 46h
- Colles: 1h
- Heures encadrées: 67h
- Travail personnel estimé: 60h

Les objectifs : acquérir des savoirs et savoir-faire aussi utiles qu'instructifs.

La méthode : aller droit à l'essentiel et s'entraîner sur de nombreux exemples ; tout doit être acquis !

NB : le bon usage des notations mathématiques et l'apprentissage du raisonnement se feront tout au long de l'UE, avec une insistance particulière lorsque l'occasion s'en présentera.

Le programme détaillé :

- LA GÉOMÉTRIE DANS LE PLAN ET DANS L'ESPACE :
 - **géométrie vectorielle et affine** :
 - * vecteurs colinéaires ou non, vecteurs coplanaires ou non, liens avec les **déterminants** d'ordre 2 et d'ordre 3 (savoir déterminer les composantes d'un vecteur dans une nouvelle base du plan ou de l'espace, les coordonnées d'un point dans un nouveau repère),
 - * représentations paramétriques et implicites de droites et de plans ;
 - **géométrie euclidienne** :
 - * produit scalaire, interprétation géométrique, cosinus d'un angle de deux vecteurs, orthogonalité,
 - * bases orthonormées directes ou indirectes,
 - * **produit vectoriel** (interprétation géométrique, lien avec l'indépendance linéaire de deux vecteurs de l'espace),
 - * **produit mixte** (interprétation géométrique, lien avec l'indépendance linéaire de trois vecteurs de l'espace),
 - * retour sur les équations de droites et de plans (savoir projeter orthogonalement un point sur une droite, sur un plan).
- LES BASES DU CALCUL ALGÈBRE DANS \mathbb{R} ET \mathbb{C} :
 - **manipulation des symboles \sum et \prod** dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} illustrée par les formules à connaître : (l'occasion de divers types de raisonnement, en particulier le raisonnement par récurrence)
 - * suites arithmétiques et géométriques, somme de leurs premiers termes (limite éventuelle d'une suite ou d'une série géométrique), **la formule de Bernoulli**,
 - * **la formule du binôme de Newton**,
 - * les formules de trigonométrie en liaison avec les écritures algébrique et trigonométrique des nombres complexes, retour sur la géométrie dans le plan : **le système des coordonnées polaires, les similitudes directes, les formules de Moivre et d'Euler** (s'en servir pour linéariser $\cos^m(p\theta) \sin^n(q\theta)$) ;

– les fonctions polynômes :

- * la division euclidienne,
- * racines (simples ou multiples) et liens avec la factorisation (qu'on appliquera plus loin au dénominateur d'une fraction rationnelle),
- * le cas particulier du trinôme du second degré à coefficients réels (forme canonique et signe du trinôme, factorisation, relations coefficients-racines),
- * la forme de la factorisation en produit de facteurs irréductibles sur \mathbb{R} d'un polynôme à coefficients réels (admise).

• DÉRIVÉES ET PRIMITIVES :

– les fonctions usuelles :

(dont certaines sont nouvelles)

- * le domaine de définition d'une fonction,
- * image directe, image réciproque d'une application, restriction, prolongements,
- * polynômes et fractions rationnelles,
- * on prendra la peine de définir la notion de limite finie d'une fonction en x_0 réel, sa continuité en x_0 , sa dérivabilité en x_0 en insistant sur l'approximation affine tangente au voisinage de x_0 et en donnant quelques exemples simples (mais ceci ne pourra pas faire l'objet d'une évaluation),
- * les fonctions exponentielles et logarithmes (à savoir manipuler parfaitement),
- * les fonctions puissances,
- * la parité : l'exemple des fonctions hyperboliques sh, ch, th,
- * la périodicité : les fonctions circulaires sin et cos, la fonction tangente,
- * la fonction arctangente pour pouvoir traiter "intégralement" le cas des fractions rationnelles (l'occasion de définir une "bijection" d'un ensemble E sur un ensemble F et d'appliquer "le théorème de la bijection", revenir sur la racine n-ième, exp à partir de ln ou ln à partir de exp) ;

– les calculs de dérivées :

(en indiquant à quoi peuvent servir ces calculs...)

- * la table des dérivées usuelles,
- * les règles de dérivation : somme, produit, inverse, quotient, composée, (la formule pour la dérivée d'une application réciproque est admise, cf. arctan, racine n-ième, exp, ln)
- * mise en pratique (en particulier, lorsque l'on compose successivement plusieurs fonctions) ;

– des équations différentielles simples :

- * pour α réel fixé, équations linéaires du premier ordre :
 $y' - \alpha y =$ second membre d'un type particulier (régime transitoire, régime permanent),
- * les équations linéaires homogènes du second ordre à coefficients constants (en utilisant l'équation caractéristique et ses éventuelles solutions complexes), en particulier : $y'' - \omega^2 y = 0$ et $y'' + \omega^2 y = 0$ où $\omega > 0$;

– le calcul des primitives et son application au calcul d'intégrales définies

(en admettant le théorème fondamental du calcul intégral) :

- * la notation $\int f(x) dx$ pour f continue sur un intervalle (insister sur l'importance de l'élément différentiel dx),
- * la table des primitives usuelles,
- * l'importance de la linéarité,
- * la formule d'intégration par parties (en liaison avec la dérivée d'un produit de fonctions), exemples d'utilisation (polynôme * exp/trigo, formules de récurrence),

- * la **formule du changement de variables** (en liaison avec la dérivée de la composée de deux fonctions), exemples d'utilisation,
- * mise en pratique de ce qui précède (où les divers procédés interfèrent) :
 - le cas des polynômes trigonométriques,
 - celui des fractions rationnelles :
 - partie entière** obtenue par division euclidienne (**définition d'une asymptote oblique**),
 - factorisation du dénominateur, forme de la décomposition, savoir déterminer les éléments simples correspondant à des **pôles simples**, primitives des **éléments simples de première espèce**, primitives des **éléments simples de seconde espèce ayant un dénominateur de degré seulement 2**,
 - des exemples de fonctions où l'on se ramène à des fractions rationnelles (sans exiger une trop grande technicité !)

Le **bleu** signale des notions nouvelles ou peu abordées dans le Secondaire.