

Licence 2
UE MAT233
16 JUIN 2008 14-16 h.

Documents et calculatrices non autorisés à l'exception d'une feuille A4 manuscrite (recto-verso).

1. On considère la fonction $f(x, y) = xe^x - \cos(y)$.
 - (a) Déterminer les points stationnaires de f ;
 - (b) Déterminer la matrice Hessienne aux points stationnaires.
 - (c) Montrer que f admet un minimum relatif en $(-1, 0)$.
 - (d) Que peut-on dire de la nature des autres points stationnaires?
 - (e) Trouver le DL de f en $(-1, 0)$ jusqu'à l'ordre 2.

2. Soit

$$(*) \quad y'' + k^2y = t^2$$

une équation différentielle pour $y(t)$. On suppose que k est un réel non-nul.

- (a) Trouver une base de solutions *réelles* de l'équation homogène $y'' + k^2y = 0$.
- (b) Trouver une solution polynômiale de (*).
- (c) Ecrire la solution générale de (*).
- (d) Trouver la solution de (*) avec les conditions initiales $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.