

Exercice 1 Étude de la courbe paramétrée donnée par

$$(x(t), y(t)) = \left(\frac{t^2}{t-2}, \frac{t^2}{t+2} \right)$$

1. Déterminer le domaine de définition conjoint de $x(t)$ et $y(t)$
2. Déterminer les asymptotes éventuelles à la courbe
3. Calculer x', y' , dresser le double tableau de variations et indiquer les éventuelles tangentes horizontales et verticales.
4. Déterminer les points singuliers éventuels, et la tangente à la courbe en ce(s) point(s).
5. Discuter la convexité de la courbe et déterminer les points d'inflexion éventuels
6. Tracer la courbe en indiquant le sens de parcours lorsque t augmente.

Exercice 2 Étude de la courbe d'équation polaire

$$r(\theta) = -\frac{\cos(2\theta)}{\cos(\theta)}$$

1. Comparer la position du point de paramètre θ et $\theta + \pi$
2. Étudier la parité de r , montrer qu'on peut restreindre l'étude à l'intervalle $[0, \pi/2[$
3. Calculer r' , déterminer son signe (indication : on pourra développer $\cos(2\theta)$ et $\sin(2\theta)$). Former le tableau de variations de r .
4. Donner la tangente à la courbe au point de paramètre $\theta = 0$
5. Même question au point origine (on commencera par résoudre $r(\theta) = 0$).
6. Déterminer les asymptotes éventuelles
7. Tracer l'arc de courbe en indiquant le sens de parcours lorsque θ augmente, tracer le reste de la courbe en tenant compte des symétries avec une autre couleur.